

Моделирование состояния морского ледяного покрова

Математическое моделирование — это широко применяемый метод изучения различных явлений природы.

Сущность этого метода заключается в том, что состояние природного объекта математически имитируется системой уравнений, описывающих основные процессы, происходящие в моделируемом объекте, а также процессы взаимодействия моделируемого объекта с окружающей средой. Термин «разработать математическую модель» означает сформулировать адекватные уравнения и граничные условия, термин «реализовать математическую модель» означает выполнить математически детерминированный расчет процессов, определяющих состояние интересующего природного объекта.

Математические модели можно классифицировать по моделируемым объектам, по уровню математического аппарата и методам формализации, по масштабам описываемых процессов и явлений, по целевой направленности и т.д.

Общая характеристика морского ледяного покрова

Морской лед представляет собой множество льдин и иных ледяных образований (движущихся и неподвижных) с широким разнообразием размеров, форм, толщин, видов надледного и подледного рельефа.

Источниками фактических данных о состоянии и свойствах морского льда являются:

- Визуальные авиационные наблюдения: в течение почти 60 лет, с середины 30-х до начала 90-х годов XX в. это был главный, регулярный источник данных, с помощью которого были получены основные знания о морском ледяном покрове. В настоящее время используются в редчайших случаях.
- Визуальные судовые наблюдения: используются нерегулярно по мере проведения специальных экспедиций.
- Визуальные береговые наблюдения: используются регулярно, но их возможности ограничены.
- Контактные инструментальные измерения: используются эпизодически по мере проведения специальных экспедиций.
- Спутниковые данные: в настоящее время это – главный источник данных о состоянии ледяного покрова.

Номенклатура морского льда

Для описания состояния ледяного покрова используются следующие основные характеристики:

- Толщина: выражается в метрах (сантиметрах);
- Возраст: стадия роста льда. Каждая стадия (возрастная градация) имеет определенное название и соответствующий диапазон толщин;
- Общая сплоченность: относительная площадь, занятая льдом (любым). Выражается в баллах (от 0 до 10), или в процентах, или в долях единицы;
- Частная сплоченность: относительная площадь, занятая льдом определенной возрастной градации. Выражается в баллах (от 0 до 10), или в процентах, или в долях единицы;
- Формы льда: горизонтальные размеры льдин. Каждая форма имеет свое название и соответствующий диапазон размеров;
- Торосистость: относительная доля площади, занятая торосами. Выражается в баллах (от 0 до 5);
- Разрушенность льда: стадия таяния льда. Выражается в баллах (от 0 до 5);
- Заснеженность льда: относительная площадь льда, покрытая снегом. Выражается в баллах (от 0 до 3).

Номенклатура морского льда

Сплоченность льда (стандартные градации):

- 0 баллов – чистая вода;
- < 1 балла – отдельно плавающие льдины;
- 1-3 балла – редкий лед;
- 4-6 баллов – разреженный лед;
- 7-8 баллов – сплоченный лед;
- 9-10 баллов – очень сплоченный лед;
- 10 баллов – сплошной лед

Номенклатура морского льда

Возрастные градации льда:

- Начальные формы льда (сало, ледяные иглы, шуга). Диапазона толщин нет, т.к. на этой стадии лед – отдельные кристаллы, не смерзшиеся в сплошную пластину с верхней и нижней поверхностью;
- Темный нилас: толщина менее 5 см;
- Светлый нилас: толщина от 5 до 10 см;
- Серый лед: толщина от 10 до 15 см;
- Серо-белый лед: толщина от 15 до 30 см;
- Однолетний тонкий (белый) лед: толщина от 30 до 70 см;
- Однолетний лед средней толщины: от 70 до 120 см;
- Однолетний толстый лед: толщина более 120 см, верхний предел не определен, но обычно составляет порядка 200 см;
- Двухлетний лед: четкого диапазона толщин нет, но обычно от 200 до 300 см;
- Многолетний лед: четкого диапазона толщин нет, но обычно более 300 см.

Номенклатура морского льда

Формы льда:

- Тертый лед: размер – менее 2 м;
- Мелкобитый лед: размер от 2 до 20 м;
- Крупнобитый лед: размер от 20 до 100 м;
- Обломки ледяных полей: размер от 100 до 500 м;
- Ледяные поля: размер от 500 до 2000 м;
- Обширные ледяные поля: размер от 2000 до 10000 м;
- Гигантские ледяные поля: размер – более 10000 м;
- Припай: сплошная неподвижная ледяная пластина, связанная с берегом, размер может быть любой – от нескольких десятков метров до нескольких сотен километров.

Номенклатура морского льда

Ледяные образования:

- Торос: нагромождение ледяных обломков на верхней и нижней поверхностях льдины;



Номенклатура морского

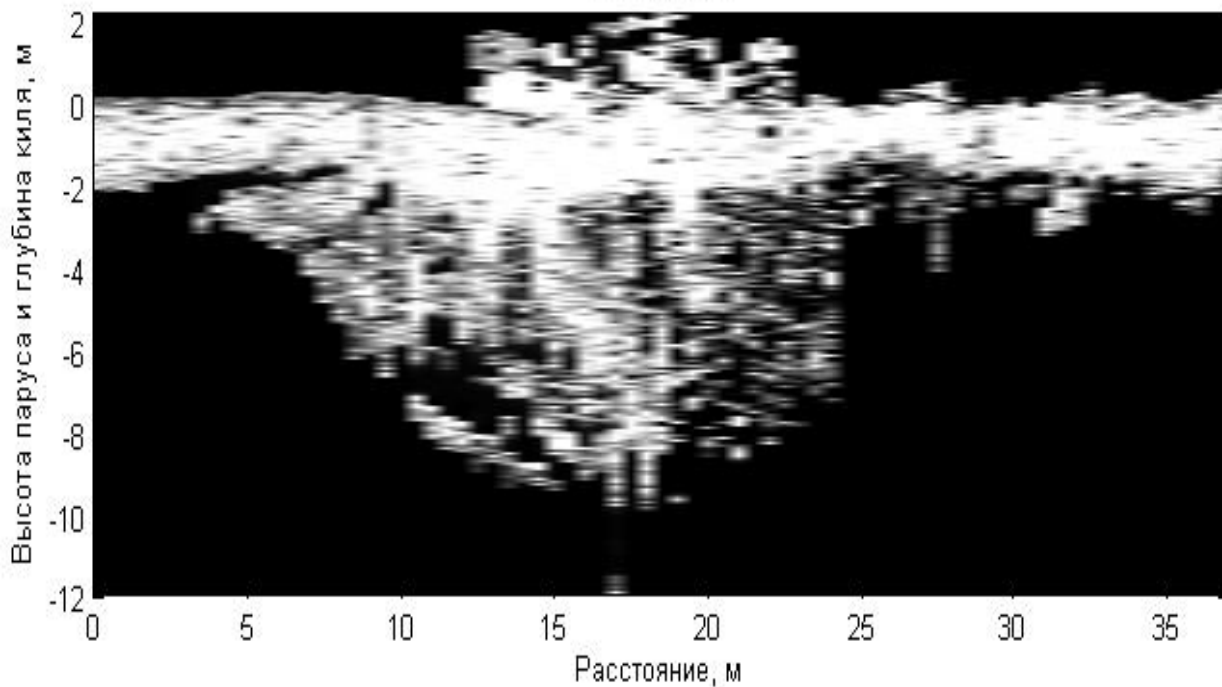
льда

Ледяные образования:

- Торос: внешний вид и «разрез»



Торос №36



Номенклатура морского льда

Ледяные образования:

- Стамуха: торос, «севший» на мель;



Номенклатура морского льда

Ледяные образования:

- Ледяной остров: обломок многолетнего припая;



Номенклатура морского льда

Ледяные образования:

- Айсберг;



Номенклатура морского льда

Ледяные образования:

- Береговой навал: нагромождение ледяных обломков на берегу.



Основные параметры ледяного покрова

Общая сплоченность	Баллы, 0-10
Частная сплоченность	Баллы, 0-10
Толщина ровного льда	Метры
Мощность льда	Метры
Возраст	Градации, темный нилас – многолетний лед
Дрейф	м/с
Сжатие	Баллы, 0-3
Подвижность	Припай – дрейфующий лед
Торосистость	Баллы, 0-5
Наслоенность	Баллы, 0-10
Раздробленность,	Баллы, 0-10
Разрушенность	Баллы, 0-5
Заснеженность	Баллы, 0-3

Картирование морских льдов

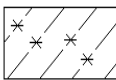
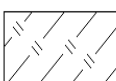
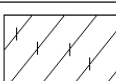
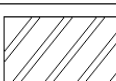
Символика ледовых карт

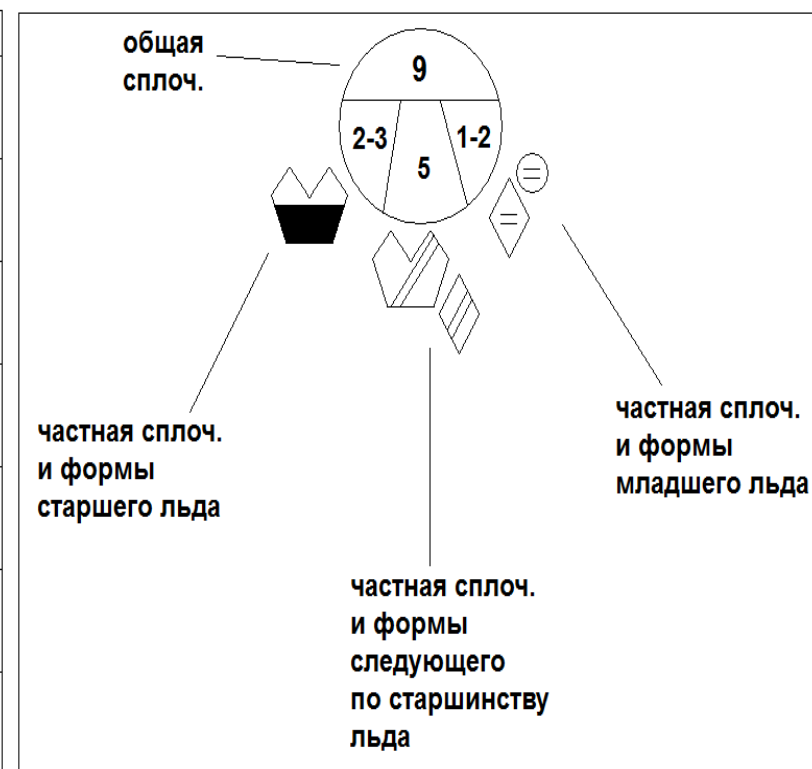
Ключевое понятие, положенное в основу картирования морских льдов – это однородная ледовая зона. Однородная ледовая зона – это участок морской поверхности, в пределах которого основные характеристики ледяного покрова – возрастной состав, общая и частная сплоченности – пространственно однородны. На ледовых картах эти характеристики указываются для каждой зоны с помощью специальной символики.

В настоящее время используются 2 варианта символики: российская и международная.

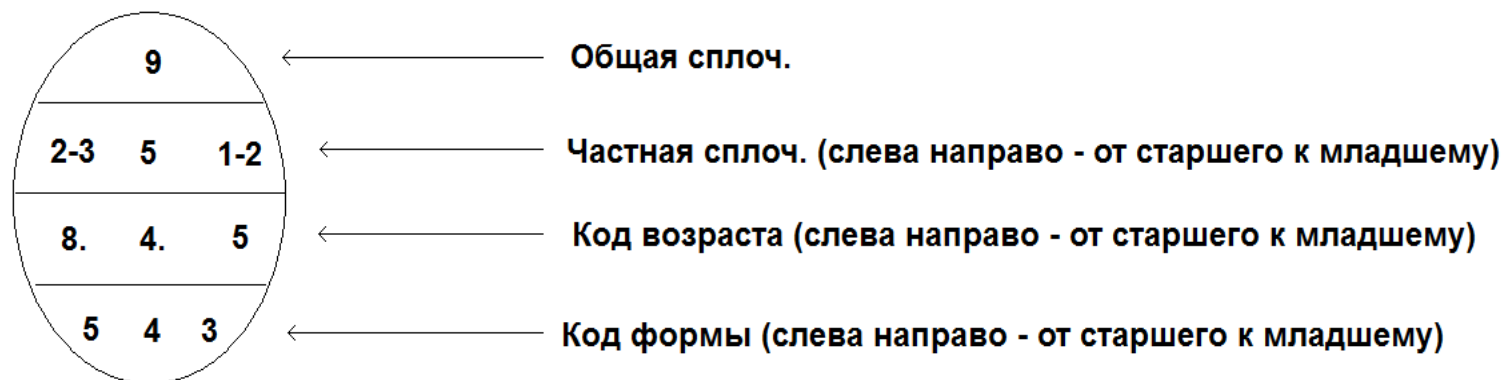
Картирование морских льдов

ФОРМЫ ЛЬДА	
	тертый (до 2 м)
	мелкобитый (2-20 м)
	крупнобитый (20-100 м)
	обломки полей (100-500 м)
	поля (500-2000 м)
	обширные поля (2000-10000 м)
	гигантские поля (более 10000 м)

ВОЗРАСТ ЛЬДА		
ДРЕЙФУЮЩИЙ ЛЕД	ПРИПАЙ	
		темный нилас (до 5 см)
 		светлый нилас (5-10 см)
 		серый (10-15 см)
 		серо-белый (15-30 см)
 		1-летний тонкий (белый) (30-70 см)
 		1-летний средний (70-120 см)
 		1-летний толстый (более 120 см)
 		2-летний (более 200 см)
 		многолетний (более 300 см)



Картирование морских льдов

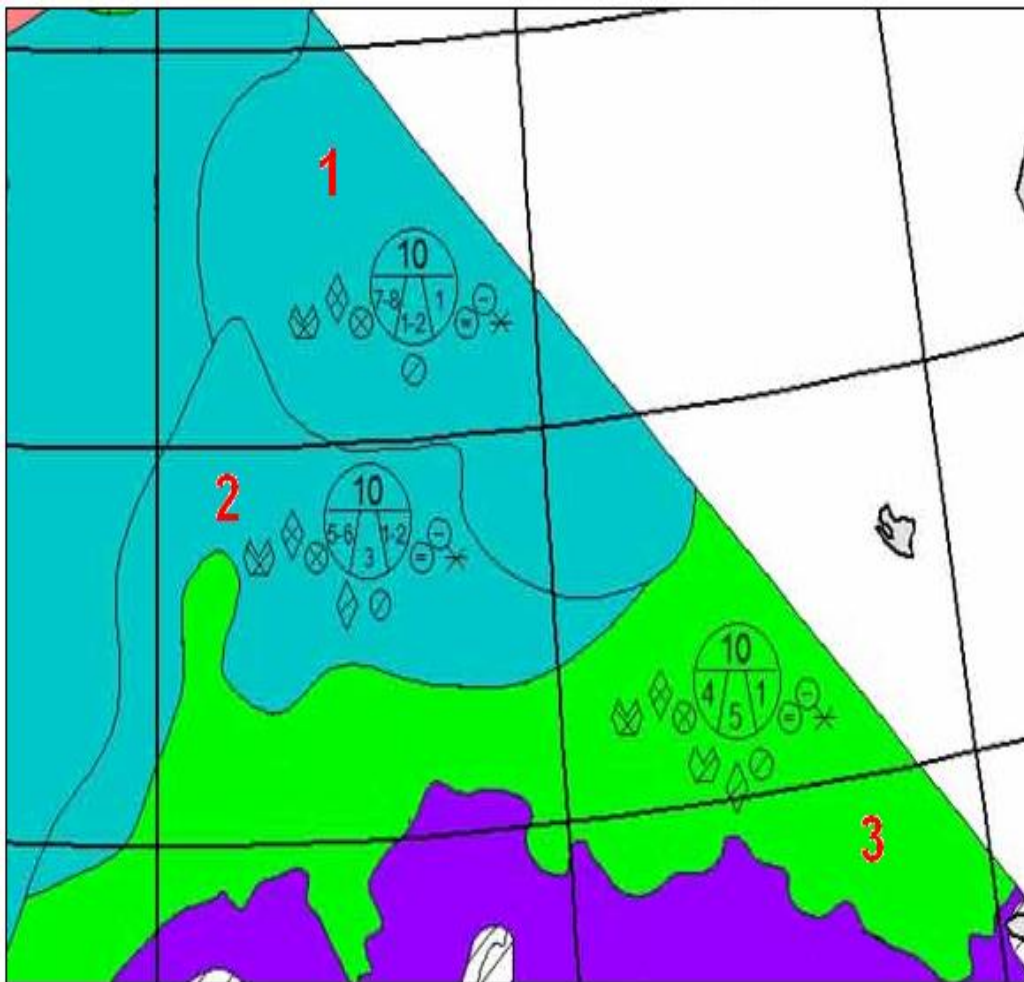


Коды возраста

- 1 - начальные виды
- 2 - нилас
- 3 - серый - серо-белый
- 4 - серый
- 5 - серо-белый
- 6 - 1-летний
- 7 - 1-летний тонкий
- 1. - 1-летний средний
- 4. - 1-летний толстый
- 8. - 2-летний
- 9. - многолетний

Коды форм

- 1 - тертый
- 2 - мелкобитый
- 3 - крупнобитый
- 4 - обломки полей
- 5 - поля
- 6 - обширные поля
- 7 - гигантские поля
- 8 - припай



Зона 1: общая сплоченность льда составляет 10 баллов, из них 7-8 баллов приходится на 1-летний средний лед (поля, обломки полей, крупнобитый), 1-2 балла – 1-летний тонкий лед (крупнобитый) и 1 балл – молодые льды (крупнобитый серо-белый, крупнобитый серый, темный нилас).

Зона 2: общая сплоченность также составляет 10 баллов, из них 5-6 баллов приходится на 1-летний средний лед (поля, обломки, крупнобитый), 3 балла – 1-летний тонкий лед (обломки, крупнобитый) и 1-2 балла – молодые льды (крупнобитый серо-белый, крупнобитый серый, темный нилас).

Зона 3: общая сплоченность также составляет 10 баллов, из них 4 балла приходится на 1-летний средний лед (поля, обломки, крупнобитый), 5 баллов – 1-летний тонкий лед (поля, обломки, крупнобитый) и 1 балл – молодые льды (крупнобитый серо-белый, крупнобитый серый, темный нилас).

Численные значения некоторых характеристик льда

№	Параметр	Численное значение
1	Плотность, кг/м ³	920-950
2	Теплоемкость, Дж кг ⁻¹ °C ⁻¹	2100-4200
3	Теплопроводность, Дж °C ⁻¹ м ⁻¹ с ⁻¹	2,1-2,3
4	Теплота плавления, Дж кг ⁻¹	330000-340000
5	Альбедо	0,4-0,9
6	Прочность на сжатие, МПа	0,5-20,0
7	Прочность на изгиб, МПа	0,1-0,8

Тепловые процессы в ледяном покрове

Тепловой баланс поверхности моря

Если отток тепла от поверхности моря превышает приток, то это приводит к постепенному охлаждению воды, в пределе – до температуры замерзания. Разность притока и оттока тепла – тепловой баланс поверхности моря.

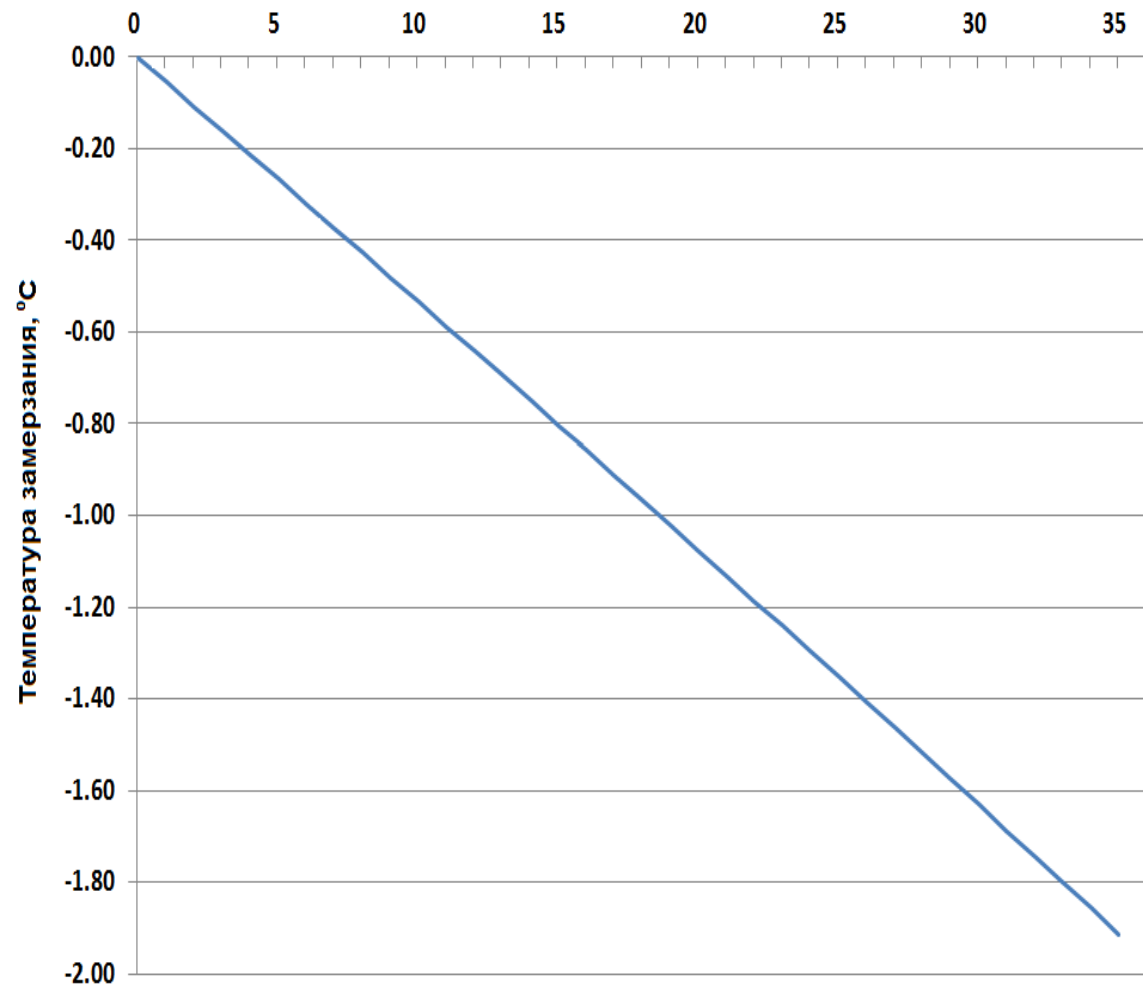
Основные составляющие теплового баланса:

- Коротковолновое солнечное излучение (прямое + рассеянное);
- Длинноволновое излучение (основной источник – вода в атмосфере: водяной пар, облачность);
- Длинноволновое излучение поверхности моря;
- Турбулентный (контактный) теплообмен между поверхностью моря и атмосферой;
- Испарение с поверхности моря;
- Атмосферные осадки;
- Турбулентный обмен с нижележащими слоями воды (вертикальный);
- Турбулентный обмен с соседними участками поверхности моря (горизонтальный);
- Адвекция тепла течениями.

Ледообразование: температура замерзания воды

Отрицательный тепловой баланс обуславливает охлаждение воды. Когда температура поверхности достигает точки замерзания, дальнейший отток тепла с поверхности моря в атмосферу приводит не к снижению температуры воды, а к образованию льда на

Соленость воды, ‰



Температура, при которой

происходит замерзание воды, непостоянна, и зависит от концентрации растворенных в воде веществ, главным из которых является соль NaCl: чем выше соленость, тем ниже температура замерзания воды.

Поскольку морской лед образуется из соленой воды, это приводит к некоторым важным следствиям:

- При ледообразовании часть солей, содержащихся в морской воде, захватывается льдом, а часть остается в воде. Соли, незахваченные льдом в момент ледообразования, оказывают существенное влияние на конвективное перемешивание подо льдом, поскольку приводят к осолонению и уплотнению верхнего слоя воды, примыкающего ко льду. Соли, захваченные льдом, концентрируются в толще льда в виде ячеек рассола, постепенно мигрируя к нижней поверхности льда и поступая в воду, что также способствует конвекции подо льдом.

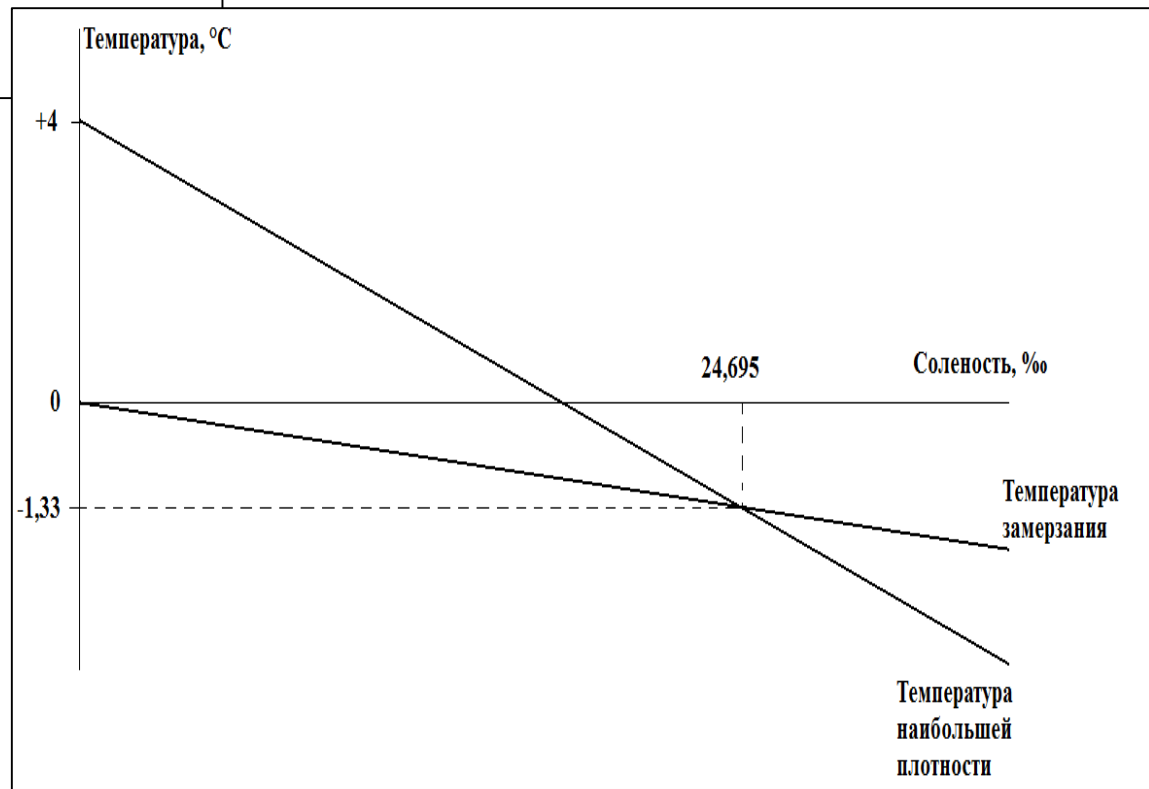
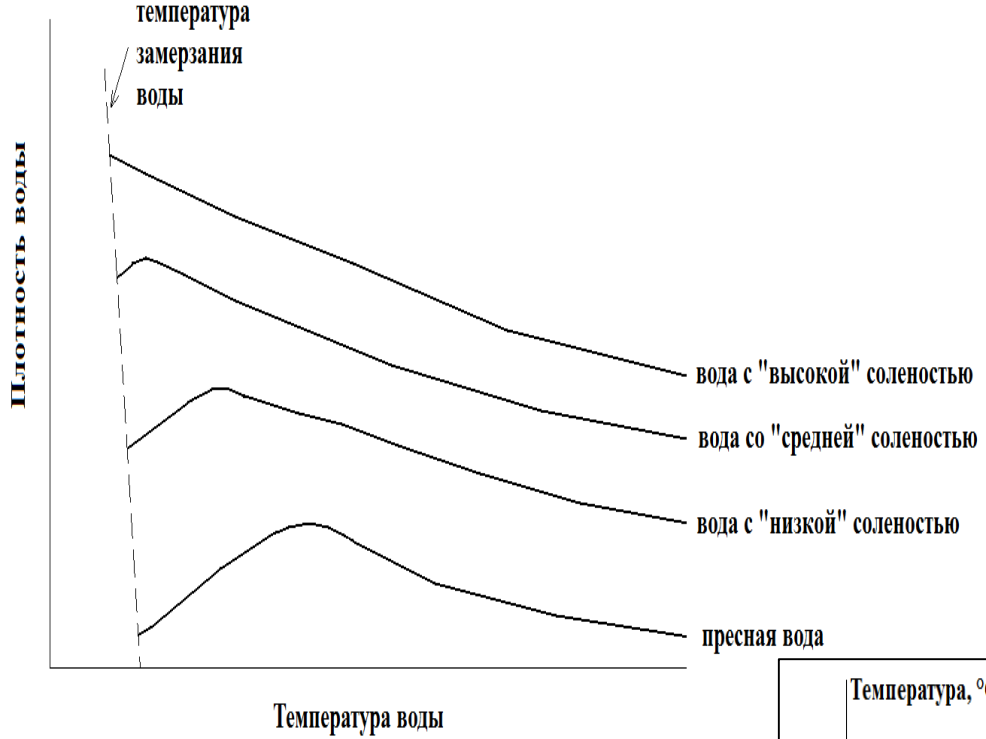
- Соли, содержащиеся в толще льда в виде ячеек рассола, оказывают определенное влияние на многие свойства льда, в том числе теплофизические и прочностные.

Ледообразование: плотность воды и температура замерзания воды

Плотность воды определяется тремя факторами: температура, соленость, давление. На малых глубинах роль давления ничтожна.

Зависимость плотности воды от солености наиболее значительная, но и наиболее простая: чем выше соленость, тем выше плотность.

Зависимость плотности от температуры менее заметная, но более сложная: с понижением температуры плотность растет, при некотором значении температуры плотность достигает максимума, и при дальнейшем понижении температуры плотность уменьшается. Температура, при которой вода достигает наибольшей плотности, зависит от солености воды.



Ледообразование: переохлаждение, «скин-слой», формирование ледяной пластины

В принципе возможно переохлаждение воды до нескольких градусов (если в воде нет взвешенных частиц и вода находится в состоянии покоя), но в природе такое явление практически не встречается.

На поверхности воды существует тонкая (микроны) поверхностная пленка (т.н. «скин-слой»), температура которой ниже, чем температура поверхности воды в традиционном понимании, когда под термином «поверхность» подразумевается некоторый поверхностный слой, толщина которого сопоставима с размерами измерительной аппаратуры (сантиметры – десятки сантиметров). Природа холодной пленки, в том числе ее роль в процессе ледообразования, изучена недостаточно.

Первоначально лед появляется в виде мелких кристаллов, несвязанных между собой, зачастую находящихся во взвешенном состоянии в пределах некоторого поверхностного слоя. Лишь по прошествии времени (от нескольких минут до нескольких часов, в зависимости от количества минеральных и органических взвесей, состояния поверхности моря и т.д.) формируется ледяной покров в традиционном понимании: ледяная пластина, имеющая верхнюю и нижнюю поверхности.

Тепловой баланс ледяного покрова

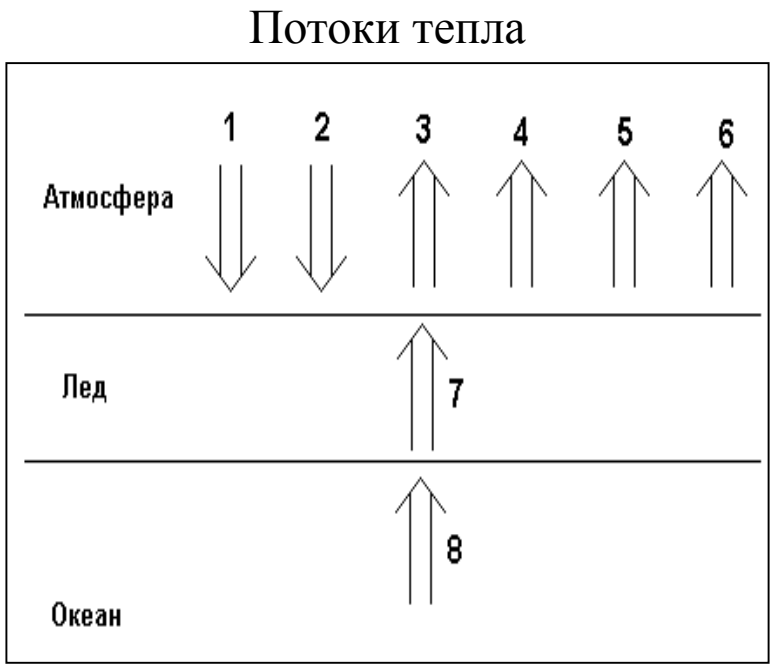


Схема потоков тепла

- 1 – приходящее коротковолновое солнечное излучение;
- 2 – приходящее длинноволновое излучение атмосферы;
- 3 – отраженное коротковолновое излучение;
- 4 – собственное длинноволновое излучение снежно-ледяной поверхности;
- 5 – турбулентный поток тепла, связанный с разницей температур воздуха и снежно-ледяной поверхности;
- 6 – турбулентный поток тепла, связанный с испарением;
- 7 – молекулярный поток тепла через лед и снег;
- 8 – турбулентный поток тепла, связанный с разницей температур в деятельном слое, с конвекцией и т.д.

Термодинамическая модель изменения толщины льда: многослойная среда

Замерзание:

$$c_1 \rho_1 \frac{\partial T_1}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z_1} \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial z_1} + \frac{\partial I_0}{\partial z_1}; \quad 0 < z_1 \leq h(t) \qquad c_2 \rho_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z_2} \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial z_2} + \frac{\partial I_0}{\partial z_2}; \quad 0 < z_2 \leq H(t)$$

где индекс 1 - характеристики снега; индекс 2 - характеристики морского льда; t - время; T - температура; z - вертикальная координата; L - эффективная теплота плавления; H - толщина льда; h - толщина снега; c - теплоемкость; ρ - плотность; λ - теплопроводность; Φ_w - поток тепла от воды; Φ - суммарный поток тепла на границе снег (лед)- атмосфера; I_0 - поток коротковолновой солнечной радиации, проникающей в среду; Θ - температура замерзания морской воды.

Граничные условия:

На верхней поверхности снега: поток тепла из нижележащих слоев снега к поверхности снега равен потоку от поверхности снега в атмосферу

$$z_1 = 0 \quad \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial z_1} \bigg|_{z_1=0} = \Phi$$

На границе лед-снег: равенство температур и потоков тепла

$$z_2 = 0 \quad \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial z_1} \bigg|_{z_1=h} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial z_2} \bigg|_{z_2=0} \qquad T_1(t, h) = T_2(t, 0)$$

На границе нижней поверхности льда: температура льда равна температуре замерзания воды, отток тепла компенсируется ледообразованием и потоком тепла от воды ко льду.

$$z_2 = H \quad L_2 \rho_2 \frac{\partial H}{\partial t} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial z_2} \bigg|_{z_2=H} - \Phi_w \qquad T_2(t, H) = \Theta$$

Термодинамическая модель изменения толщины льда: многослойная среда

Таяние:

Таяние снега

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{1}{L_1 \rho_1} \left(\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial z_1} \Big|_{z_1=0} - \Phi \right)$$

Граничное условие на поверхности снега

$$z_1 = 0 \quad T_1 = 0$$

Таяние льда (после полного вытаивания снега)

$$c_2 \rho_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z_2} \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial z_2} + \frac{\partial I_0}{\partial z_2}; \quad 0 < z_2 \leq H$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{L_2 \rho_2} \left(\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial z_2} \Big|_{z_2=H} - \Phi_w \right) + \frac{1}{L_2 \rho_2} \left(\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial z_2} \Big|_{z_2=0} - \Phi \right)$$

Граничное условие на границе лед-снег

$$z_2 = 0 \quad T_2 \approx 0$$

Термодинамическая модель изменения толщины льда: многослойная среда

Турбулентный тепломассообмен с атмосферой определяется с учетом стратификации приледного слоя воздуха.

Коротковолновая солнечная радиация перераспределяется в толще снега и льда в соответствии со значениями альбедо и коэффициентов пропускания и ослабления. Длинноволновый радиационный баланс поверхности определяется с учетом балла общей облачности.

Физические свойства сред (теплоемкость, теплопроводность, плотность, скрытая теплота плавления (кристаллизации) рассчитываются с использованием полуэмпирических зависимостей этих величин от температуры и солёности.

Поток тепла из воды к нижней поверхности льда

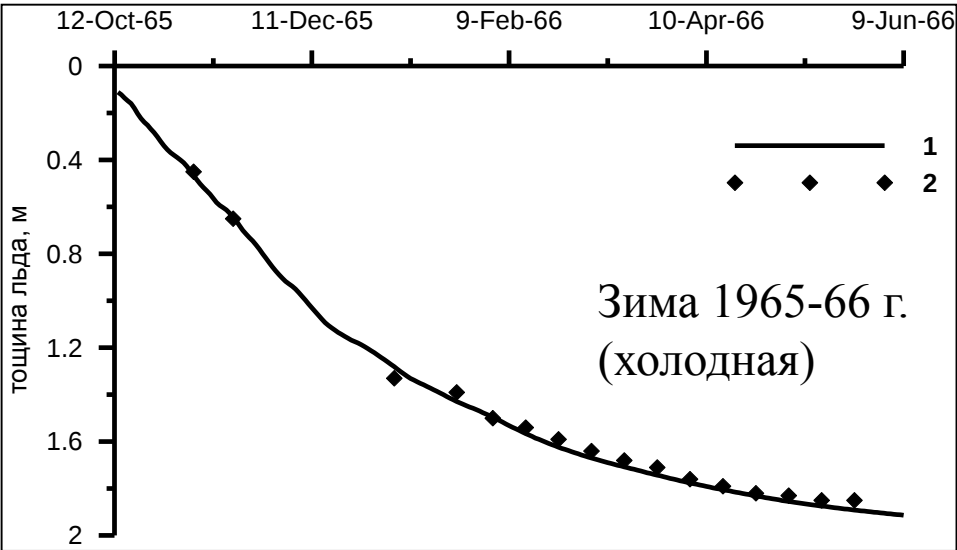
$$\Phi_w = (\rho c)_w C_{Tb} (T_w - \Theta)$$

где Θ - температура замерзания воды при данной солёности; T_w – температура перемешанного слоя воды; C_{Tb} - коэффициент обмена.

$$\begin{cases} C_{Tb} = 1,26 \cdot 10^{-4} H^{-0.5} & H \leq 3 м \\ C_{Tb} = 7,27 \cdot 10^{-5} & H \geq 3 м \end{cases}$$

Термодинамическая модель изменения толщины льда: многослойная среда

Тестовые расчеты эволюции морского ледяного покрова в Обской губе (район п. Сабета) по архивным метеорологическим данным.



Термодинамическая модель изменения толщины льда:

двухслойная среда

Уравнение теплового баланса записывается в виде системы на основе предположения о равенстве потоков тепла через снег и через лед

$$L\rho_1 \frac{\partial H}{\partial t} = \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial z} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial z} - \Phi_w$$

Граничные условия на поверхности снега и на нижней поверхности льда – аналогично многослойной модели.

Система решается аналитически на основе предположения о линейном характере вертикального профиля температуры во льду и в снегу. Решение имеет вид:

$$H = -h_1 \frac{\lambda_2}{\lambda_1} - \Phi_w \frac{\Delta t}{L\rho_2} + \sqrt{\left(h_1 \frac{\lambda_2}{\lambda_1} + \Phi_w \frac{\Delta t}{L\rho_2}\right)^2 + H_0^2 + 2 \frac{\lambda_2(T_a - T_1)}{L\rho_2} \Delta t - 2h_1 \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \left(\Phi_w \frac{\Delta t}{L\rho_2} - H_0\right)}$$

Где H_0 – начальная толщина льда, T_a – температура воздуха на стандартной высоте 2 м.

Динамические процессы в ледяном покрове

Динамика льда

Ледяной покров постоянно подвергается воздействию внешних сил: ветер, течения, наклон уровня моря. В результате лед находится в постоянном движении, что обуславливает изменение его состояния: льдины перемещаются, перераспределяются, сплавиваются, разрезаются, давят друг на друга, и т.д. Это приводит к формированию зон сжатий, торосов, разводий и полыней, увеличению или уменьшению площади распространения льда и т.д.

Если лед жестко скреплен с берегом, то он неподвижен, несмотря на то, что на него действуют внешние силы. Границы неподвижного льда тоже постоянно меняются.

Основные силы, воздействующие на ледяной покров и определяющие его динамику, это ветер, течения (различного типа), наклон уровня, взаимодействие между льдинами, вращение Земли. Результат действия этих сил в значительной степени зависит от свойств самого ледяного покрова (сплоченность, толщина, торосистость, размеры льдин), а также от размеров бассейна и конфигурации его берегов, наличия островов, проливов и т.п.

Роль каждой из упомянутых выше сил, воздействующих на лед, неодинакова, т.е. какие-то факторы влияют больше, какие-то меньше, причем как абсолютное значение, так и относительный вклад того или иного фактора меняется во времени и пространстве.

Морской ледяной покров постоянно находится в поле действия разнообразных внешних сил. Характер этих сил, а также свойства самого ледяного покрова определяют его движение и соответствующие изменения состояния: сплочения и разрежения, перемещение кромок и границ, сжатия, торошение, формирование систем нарушений сплошности (СНС) и т.д.

Основные силы, воздействующие на ледяной покров и определяющие его динамику, это ветер, течения (различного типа), наклон уровня, взаимодействие между льдинами, вращение Земли. Результат действия этих сил в значительной степени зависит от свойств самого ледяного покрова (сплоченность, толщина, торосистость, размеры льдин), а также от размеров бассейна и конфигурации его берегов, наличия островов, проливов и т.п.

Роль каждой из упомянутых выше сил, воздействующих на лед, неодинакова, т.е. какие-то факторы влияют больше, какие-то меньше, причем как абсолютное значение, так и относительный вклад того или иного фактора меняется во времени и пространстве.

Ветер

Напряжения на надводной части ледяного покрова τ_a возникают под действием ветра в результате передачи количества движения от воздушного потока к ледяному покрову. Различают касательное напряжение, являющееся силой трения между поверхностью льда и воздушным потоком, и нормальное напряжение (сопротивление формы), которое представляет давление ветра на возвышающуюся над водой боковую поверхность льдины и торосы.

Обычно для выражения напряжения τ_a используется квадратичная зависимость от скорости ветра W , вытекающая из полуэмпирической теории турбулентности, и включающая эмпирический коэффициент C_a , величина которого зависит от высоты измерений скорости ветра и аэродинамической шероховатости поверхности.

Квадратичный закон, определяющий напряжение на верхней поверхности льда, имеет следующий вид:

$$\vec{\tau}_a = c_a \rho_a (\vec{U}_{10} - \vec{W})(\vec{U}_{10} - \vec{W})$$

где U_{10} – скорость ветра на высоте 10 м, W – скорость дрейфа льда.

Поскольку скорость ветра обычно на 1-2 порядка больше, чем скорость дрейфа льда, то на практике формула используется в виде:

$$\vec{\tau}_a = c_a \rho_a \vec{U}_{10} |\vec{U}_{10}|$$

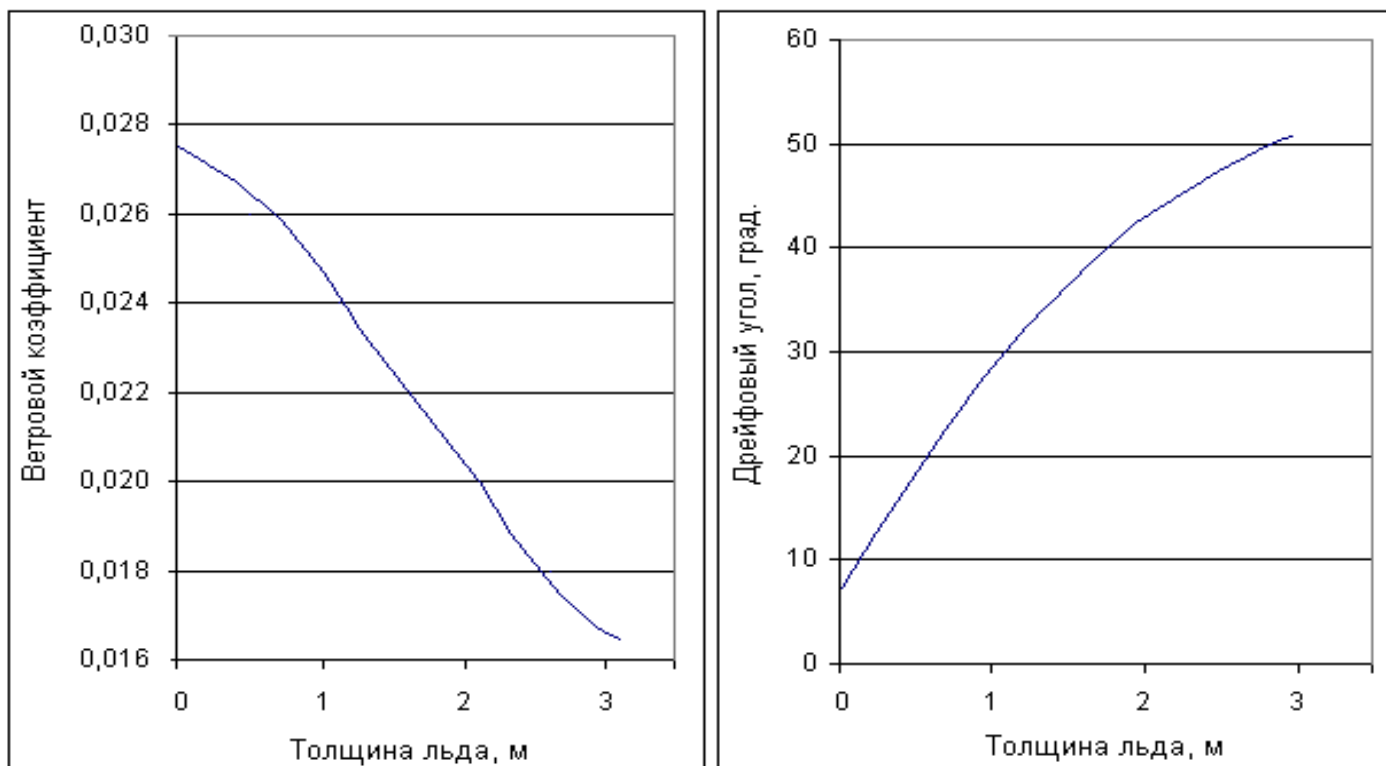
Значения коэффициента C_a находятся эмпирически и изменяются в довольно широких пределах: от $1,5 \cdot 10^{-2}$ до $5,5 \cdot 10^2$.

Ветер

Коэффициент полного напряжения $C_{ат}$ существенно зависит от торосистости льда.

T, баллы	0	1	2	3	4	5
N_T , %	0	4	12	20	30	45
$C_{ат} \cdot 10^3$	1,6	2,1	2,9	3,7	5,1	6,6
z_0 , см	0,045	0,17	0,60	1,42	3,56	7,15

Общий характер зависимости ветрового коэффициента и дрейфового угла от
толщины льда



Течения

Формально физический механизм воздействия течений на движение льда аналогичен механизму воздействия ветра: на подводной части ледяного покрова возникают напряжения в результате передачи импульса от воды. Количественно передача импульса определяется плотностью воды, шероховатостью нижней поверхности льда и относительной скоростью дрейфа (т.е. разностью между скоростью дрейфа и скоростью течения). Поэтому для расчета напряжения на нижней поверхности льда также используется квадратичный закон:

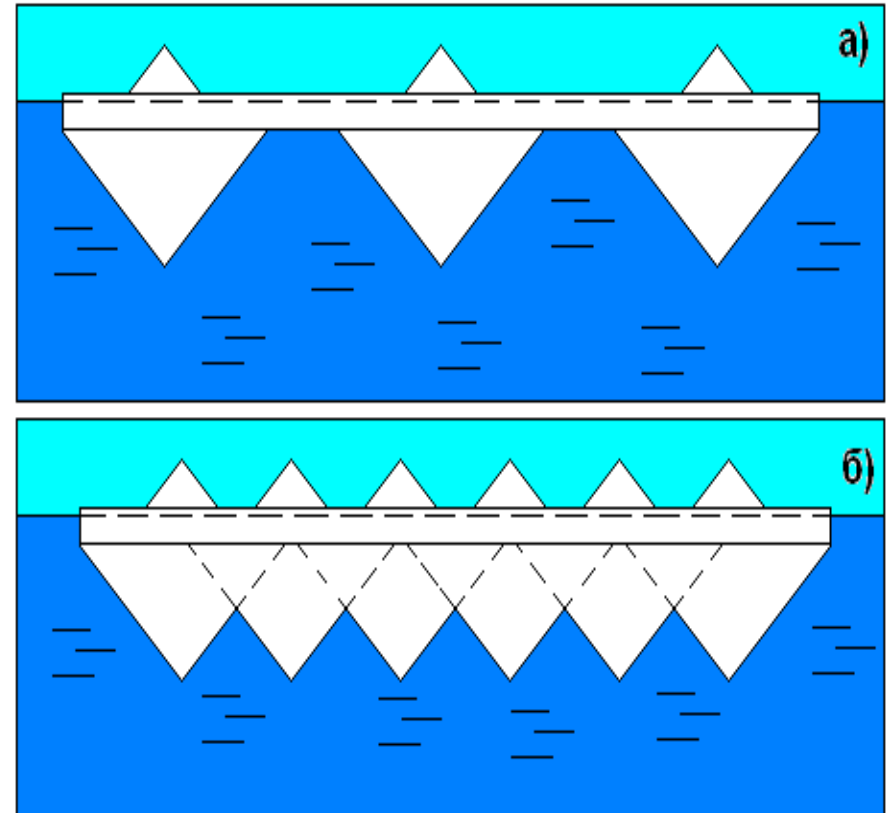
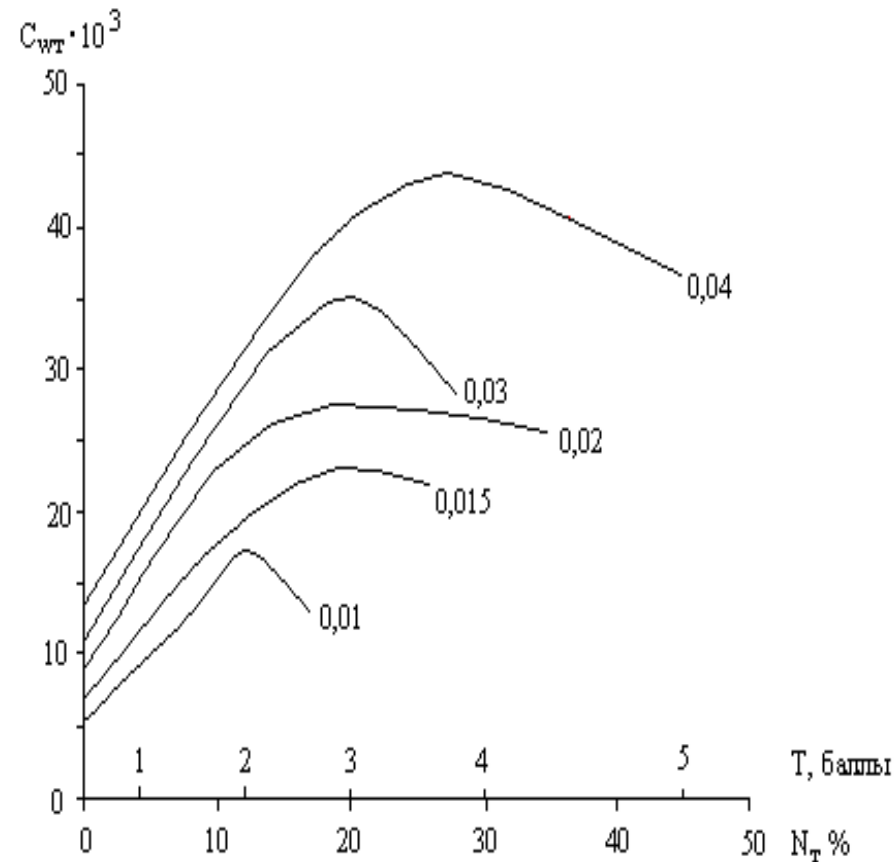
$$\vec{\tau}_w = c_w \rho_w (\vec{U}_h - \vec{W})(\vec{U}_h - \vec{W})$$

где c_w – коэффициент полного сопротивления на границе лед-вода, U_h – горизонтальная составляющая скорости течения.

Величина коэффициента C_w изменяется в довольно широких пределах (от 0,006 до 0,030) при соответствующих значениях параметра шероховатости $z_{он}$ от 0,1 до 10 см и толщины пограничного слоя от 1 до 25 м.

Течения

Зависимость коэффициента полного сопротивления C_{wt} от относительной площади, занятой торосами (N_m) при разных отношениях толщины льда к размеру льдины.



Как видно, все кривые имеют хорошо выраженный максимум, приходящийся на значения N_m от 12 до 38% (торосистость 2–4 балла).

Уровень моря

Если уровень моря находится в невозмущенном состоянии, то сила тяжести направлена строго по нормали к поверхности воды. В этом случае она полностью уравнивается силой плавучести и не оказывает никакого влияния на движение льда. Однако если есть пространственная неоднородность отклонения уровня моря от невозмущенного состояния, то проекция силы тяжести на поверхность моря становится отличной от нуля. Эта составляющая силы тяжести F_g оказывает влияние на движение льда и способна генерировать дрейф.

Количественно сила, обусловленная наклоном уровня моря, зависит от толщины льда и градиента уровня и выражается простой формулой:

$$F_g = -\rho_l g H \text{grad} \xi$$

где ξ – отклонение уровня моря от невозмущенного состояния.

Сила Кориолиса

Сила, связанная с вращением Земли (сила Кориолиса) F_c , определяется выражением:

$$\vec{F}_c = -mf(\vec{k} \times \vec{W})$$

где m – масса льда в столбике единичной площади, f – параметр Кориолиса, k – единичный вектор, направленный вдоль вертикальной оси.

Горизонтальные составляющие силы Кориолиса, воздействующие на дрейф льда, определяются выражениями:

$$F_{cx} = 2\rho_l H v \omega \sin \varphi$$

$$F_{cy} = -2\rho_l H u \omega \sin \varphi$$

где ρ_l , H – плотность и толщина льда соответственно, u , v – проекции скорости дрейфа льда на горизонтальные оси, ω – угловая скорость вращения Земли, φ – широта места.

Сила Кориолиса сама по себе не генерирует дрейф, а лишь оказывает влияние на движущийся лед. Она всегда направлена под углом 90° к вектору скорости: в северном полушарии – вправо, в южном – влево.

Силы внутреннего взаимодействия в ледяном покрове

Существует множество причин, из-за которых поле дрейфа ледяного покрова неоднородно во времени и, самое главное, в пространстве. Какие-то льдины движутся быстрее, какие-то – медленнее, одни льдины отклоняются от направления генерального дрейфа немного вправо, другие – немного влево и т.д. Эта особенность приводит к очень важному следствию: в случае сплоченного ледяного покрова льдины оказывают друг на друга механическое воздействие (удары, давление, трение), т.е. обмениваются импульсом, что, в свою очередь, отражается на общем поле дрейфа льда. Кроме того, давление льдин друг на друга иногда достигает величин, сопоставимых с прочностью льда как материала, и тогда происходит разлом льдин, нагромождение обломков (формирование торосов), что также существенно влияет на многие свойства ледяного покрова.

Обычно сила внутреннего взаимодействия определяется как дивергенция тензора внутренних напряжений:

$$\frac{1}{H} F_{px} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} \qquad \frac{1}{H} F_{py} = \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y}$$

где F_{px} , F_{py} – проекции силы внутреннего взаимодействия на оси координат, σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{xy} , σ_{yx} – компоненты тензора напряжений.

Силы внутреннего взаимодействия в ледяном покрове

Напряжения – это реакция тела (среды) на деформацию, т.е. как тело (среда) сопротивляется деформированию. Деформация – изменение положения точек среды друг относительно друга. Деформирование ледяного покрова проявляется в процессах сплочения, разрежения, сжатия и торошения, часто сопровождающихся образованием систем нарушений сплошности. Основой математического аппарата, применяемого для описания деформаций, является тензор скоростей деформации, компоненты которого имеют вид:

$$\dot{e}_{xx} = \frac{\partial U}{\partial x} \quad \dot{e}_{yx} = \frac{\partial V}{\partial x} \quad \dot{e}_{xy} = \frac{\partial U}{\partial y} \quad \dot{e}_{yy} = \frac{\partial V}{\partial y}$$

где U , V – компоненты скорости дрейфа льда вдоль декартовых осей координат.

Связь между деформациями и напряжениями называется реологическим соотношением. Однозначного реологического соотношения для ледяного покрова не существует, поэтому выбор реологической модели – это отдельная и довольно сложная задача.

Силы внутреннего взаимодействия в ледяном покрове

При интерпретации реологии ледяного покрова необходимо принять во внимание следующие соображения.

1. Любая деформация ледяного покрова (перемещение льдин друг относительно друга, разлом полей, образование торосов, трещин и т.д.) является необратимой, т.е. после снятия нагрузки среда не возвращается в исходное состояние. Поскольку эта особенность противоречит основному признаку упругости, то можно заключить, что упругие свойства не характерны для ледяного покрова.

2. Обмен импульсом между движущимися льдинами и «выравнивание» скоростей наводят на мысль о некоторой аналогии сплоченного ледяного покрова и вязкой жидкости. Эта аналогия не полная, т.к. ледяной покров является дискретной средой, а также обладает свойством анизотропности, т.е. разница в передаче импульса при прямом давлении и при боковом трении очень велика.

3. Характер деформации ледяного покрова и возникающие при этом напряжения различаются в зависимости от того, происходит разлом льдин и нагромождение обломков (торошение) или нет. Известно, что разлом льдин и образование торосов происходят лишь тогда, когда напряжения достигают некоторого критического значения. В противном случае движение льдин и, соответственно, деформации ледяного покрова приспособляются к полю напряжений (иногда это приводит даже к прекращению дрейфа). Наличие такого порогового механизма, когда характер деформаций радикально меняется при достижении некоторого критического уровня напряжений, ассоциируется с поведением пластических сред.

Силы внутреннего взаимодействия в ледяном покрове

При вязкой реологии, сила внутреннего взаимодействия пропорциональна дивергенции внутренних напряжений $\sigma_{\xi\xi}, \sigma_{\chi\chi}$

$$\sigma_{\xi\xi} = K \dot{e}_{\xi\xi} \qquad \sigma_{\chi\chi} = K \dot{e}_{\chi\chi}$$

Параметр K определяется следующим образом:

1) $K = K_0 H(3C - 2)$ при выполнении каждого из всех следующих условий:

$$C \geq 0.67 \qquad \operatorname{div} \vec{W} \leq 0 \qquad \dot{e}_{\xi\xi} < 0 \qquad \dot{e}_{\chi\chi} < 0$$

2) $K=0$ при невыполнении хотя бы одного из вышеприведенных условий.

Здесь:

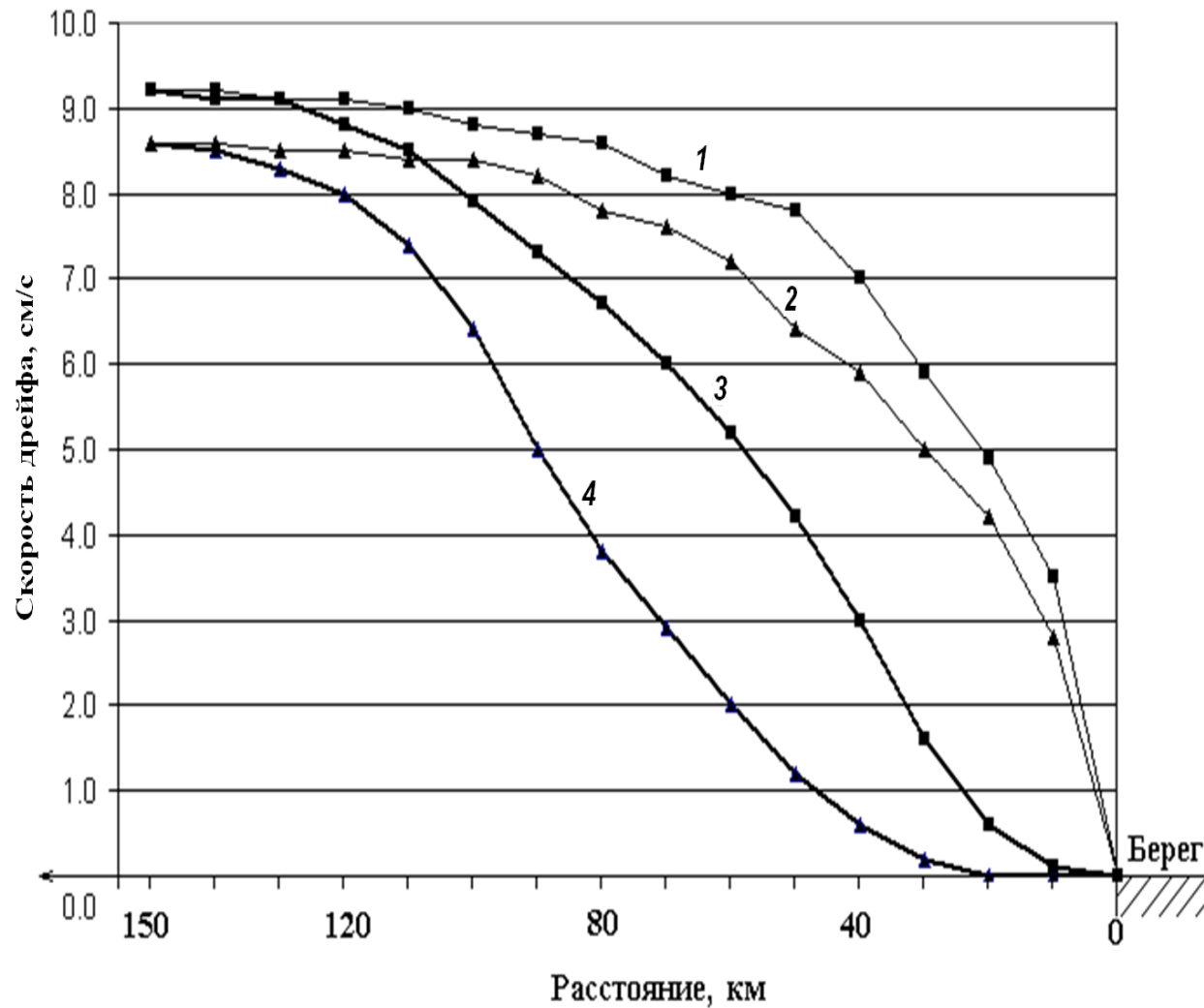
$K_0 = 1,2 \cdot 10^{10} \text{ кг с}^{-1} \text{ м}^{-2}$, $\dot{e}_{\xi\xi}, \dot{e}_{\chi\chi}$ - инварианты тензора скоростей деформаций, соответствующие осям эллипса деформаций, C – сплоченность льда, W – скорость дрейфа.

Если напряжения, возникающие в ледяном покрове под влиянием пространственной неоднородности дрейфа, превышают некоторый предел, то это может привести к торошению. В том случае, если происходит торошение, то это означает накопление «лишнего» объема льда, т.е. свыше 10 баллов. Если напряжение недостаточно, то чтобы накопления лишнего объема не происходило, применяется специальный искусственный прием, заключающийся в итеративной коррекции поля дрейфа в соответствии с условием :

$$\operatorname{div} W \geq 0$$

Описанный принцип по существу имитирует пластическое поведение ледяного покрова.

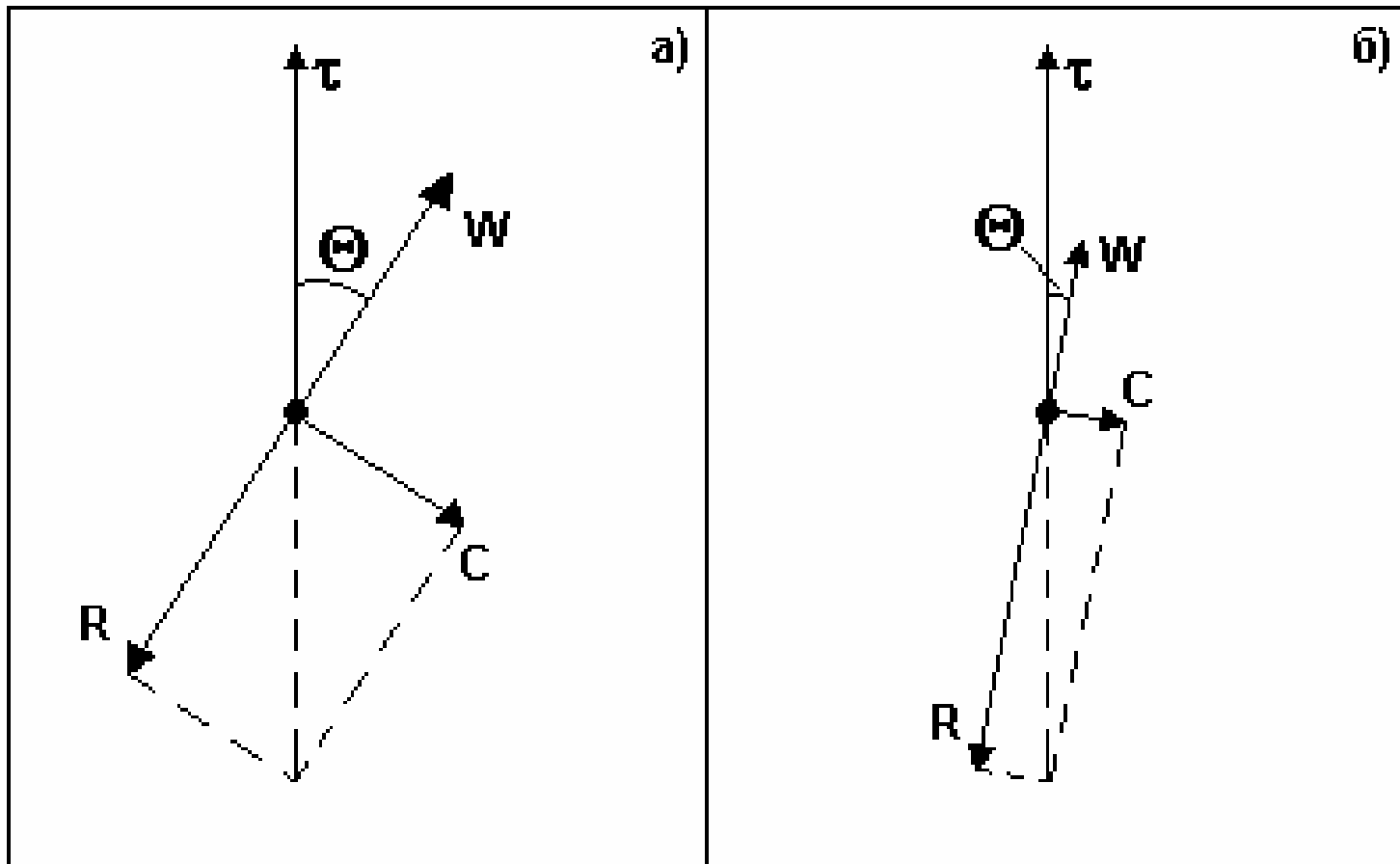
Силы внутреннего взаимодействия в ледяном покрове



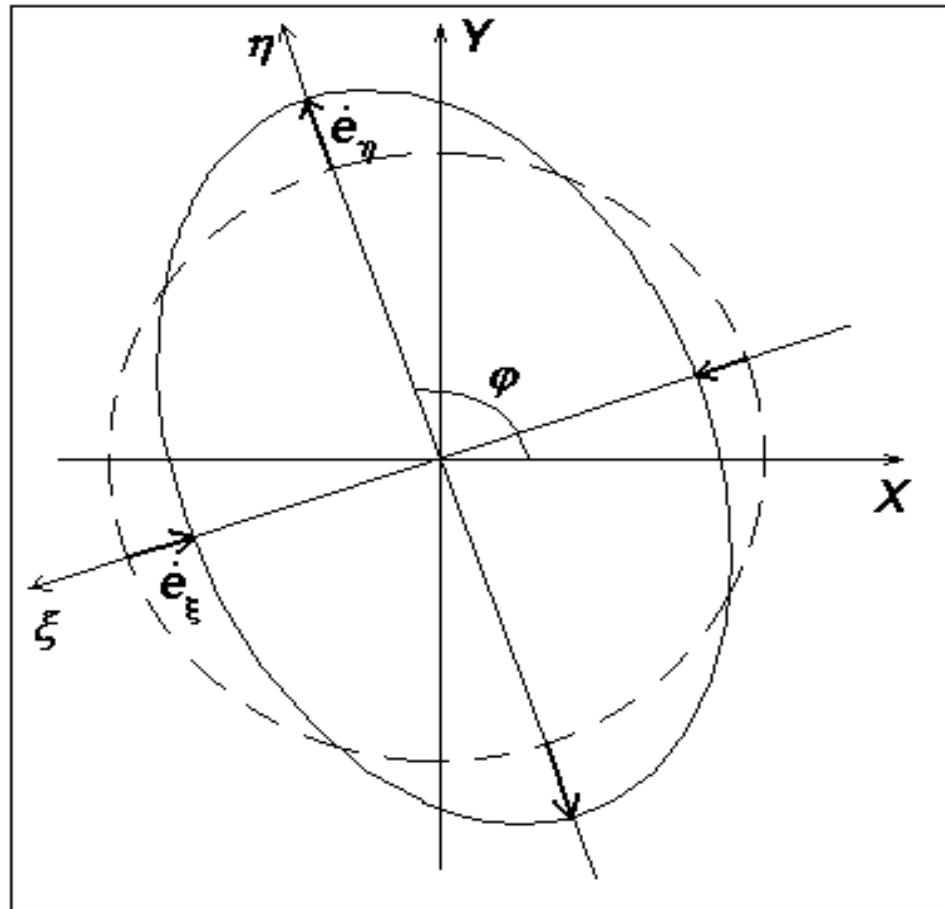
1 и 2 – тонкий (1) и толстый (2) лед при чисто вязком взаимодействии, 3 и 4 – тонкий (3) и толстый (4) лед при вязко-пластическом взаимодействии.

Изменение абсолютного значения скорости дрейфа льда в зависимости от расстояния до берега при нажимном ветре.

Баланс сил, действующих на ледяной покров



Деформация ледяного покрова



Положение точек

— — — —	до деформации
—————	после деформации

Схема эллипса деформации

X, Y – оси декартовой системы координат; η, ξ – оси главных деформаций; $\dot{e}_\xi, \dot{e}_\eta$ – скорости главных деформаций; φ – угол ориентации большой оси деформации.

Дрейф ледяного покрова моделируется на основе уравнения баланса количества движения:

$$M_{\text{л}} \frac{\partial \vec{W}}{\partial t} = \vec{\tau}_a + \vec{\tau}_w + \vec{F}_c + \vec{F}_g + \vec{F}_p$$

где W – скорость дрейфа льда, $M_{\text{л}}$ – масса льда в столбике единичной площади, τ_a , τ_w – напряжения на верхней и нижней поверхностях льда, F_c – сила Кориолиса, F_g – сила, обусловленная наклоном уровня, F_p – сила внутреннего взаимодействия в ледяном покрове.

Численное решение уравнения движения позволяет получить скорость дрейфа льда в каждой точке расчетной области за промежутки времени, равные временному шагу модели. Зная скорость дрейфа и исходное поле сплоченности, можно рассчитать перемещение льда и соответствующее изменение его сплоченности.

Граничные условия:

На твердой границе при нажимном дрейфе нормальная к берегу компонента равна нулю, касательная компонента дрейфа трансформируется в зависимости от угла между направлением дрейфа и направлением береговой черты.

На жидкой границе напряжения равны нулю.

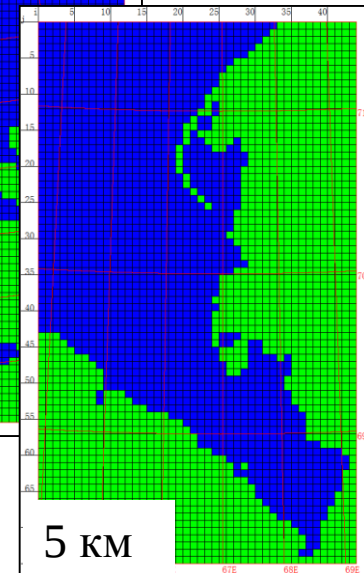
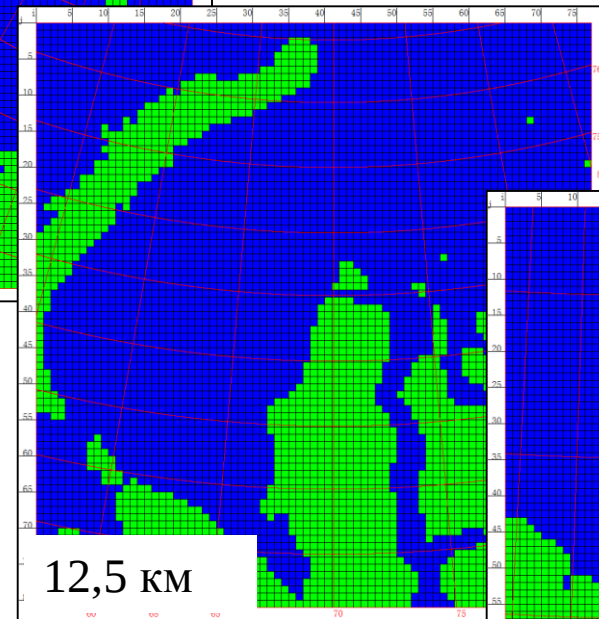
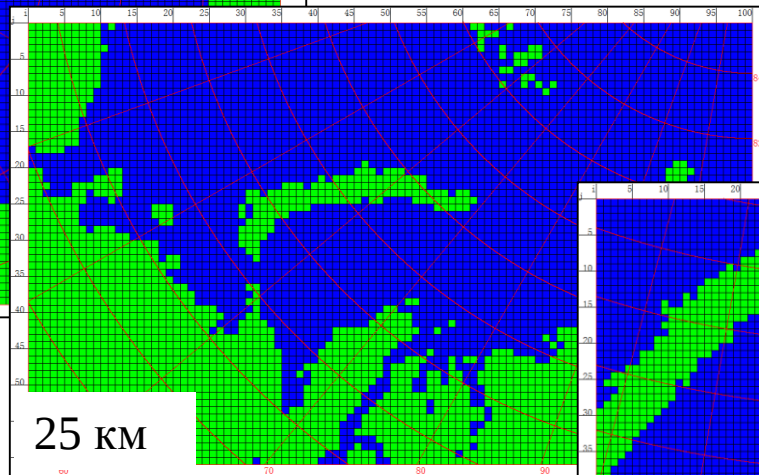
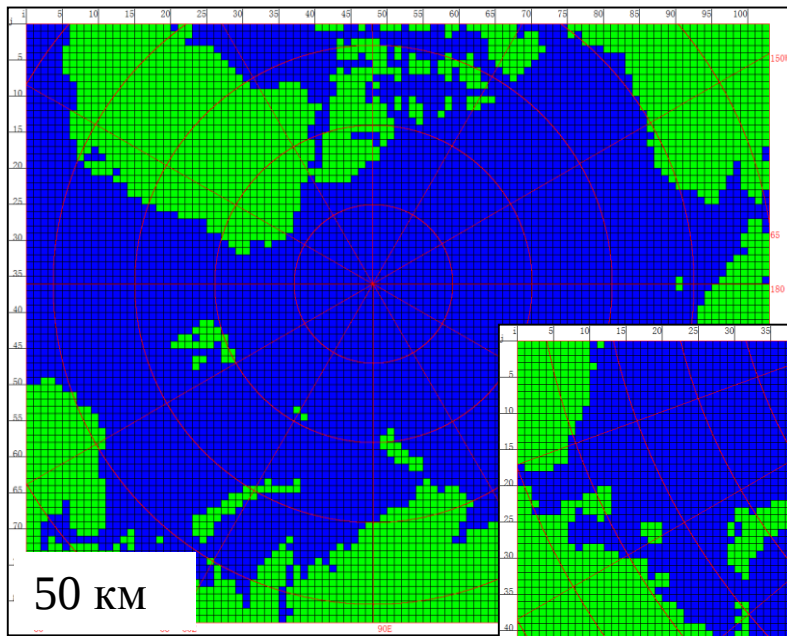
На границах расчетной области при дрейфе, направленном внутрь расчетной области, градиенты сплоченности (общей и частной) и скорости равны нулю; при выносном дрейфе градиенты сплоченности и скорости на границе равны соответствующим градиентам в ближайшей внутренней ячейке.

Численная реализация и информационное обеспечение модели

Численная реализация

Расчетная область аппроксимируется регулярной сеткой, шаг которой может варьироваться, обычно от 5 до 50 км в зависимости от размеров расчетной области.

Временной шаг модели составляет: для динамических процессов – 10 минут, для термических 3 часа.



Ледяной покров имитируется набором маркеров (условных льдин)ю Каждый маркер имеет свои уникальные характеристики: координаты, скорость, толщину, разрушенность и т.д. Выторашиваемые маркеры исключаются из дальнейшего расчета, а их толщина равномерно распределяется между оставшимися как эквивалентная толщина торосов.

Численная реализация

Термическое нарастание толщины рассчитывается отдельно для каждого маркера. В случае появления молодого льда добавляются новые маркеры.

Расчет перемещения маркеров льда основан на лагранжевском методе. Для каждого маркера определяется скорость и перемещение через каждые 10 минут:

$$x = x_0 + W_x \Delta t$$

$$y = y_0 + W_y \Delta t$$

Зная общее количество маркеров в данной ячейке, а также распределение маркеров по толщинам, элементарно определяются общая и частная сплоченности льда в этой ячейке:

$$C_{\text{tot}} = \frac{N_{\text{tot}}}{N_{\text{max}}};$$

$$C_{\text{pi}} = \frac{N_{\text{pi}}}{N_{\text{max}}}$$

где C_{tot} – общая сплоченность льда, N_{tot} – общее количество маркеров, N_{max} – максимально возможное количество маркеров, C_{pi} – частная сплоченность i -той возрастной градации, N_{pi} – количество маркеров, толщина которых соответствует i -той возрастной градации.

Толщина льда i -той возрастной градации определяется по формуле:

$$H_i = \frac{1}{N_{\text{pi}}} \sum_{j=1}^{N_{\text{pi}}} H_{ij}$$

где H_{ij} – толщина j -того маркера, соответствующего i -той возрастной градации.

Максимально возможное количество маркеров может в принципе быть любым, т.к. маркеры – это условные льдины, имеющие единичную площадь.

Подготовка исходных данных: ледяной покров

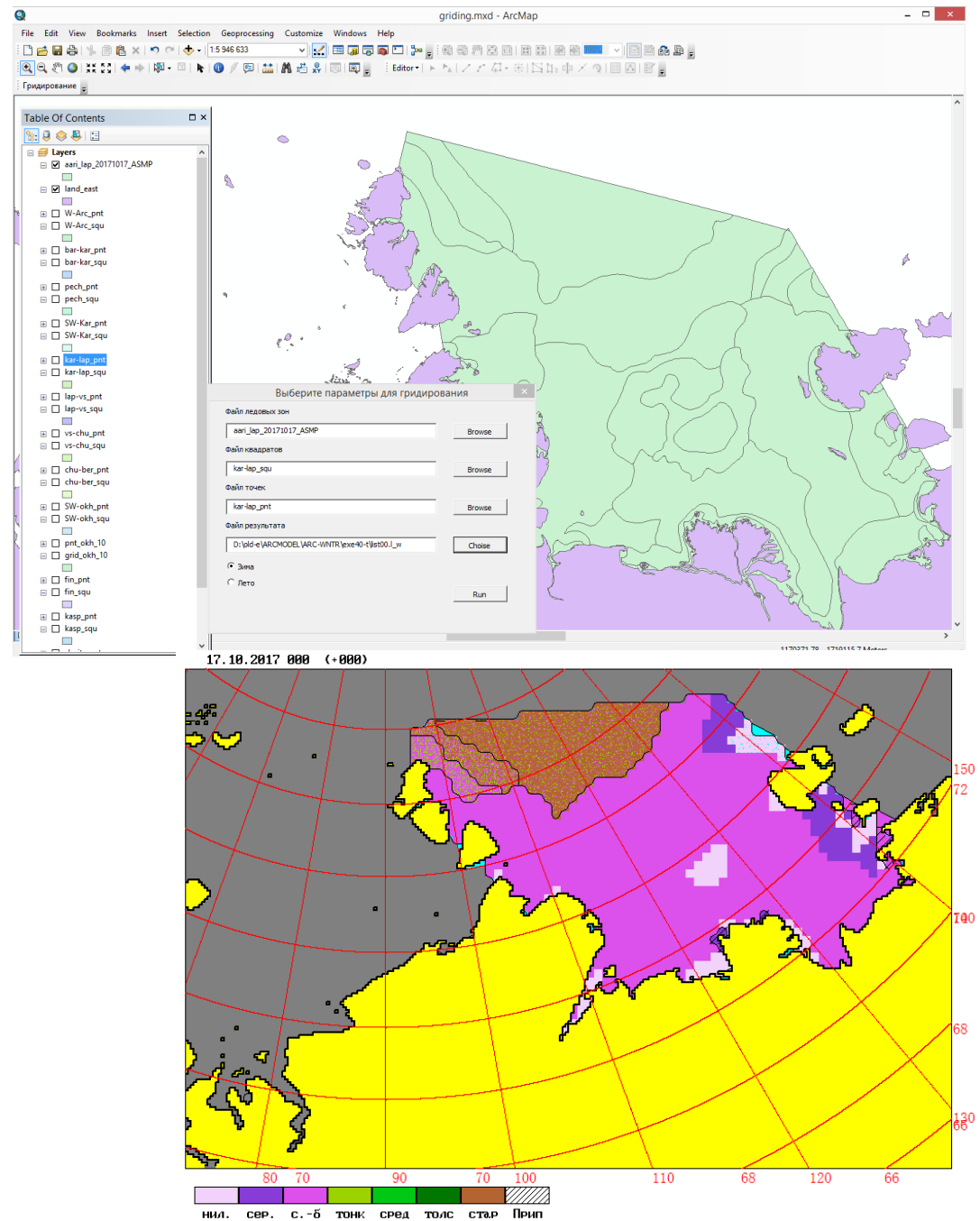
Спутниковый снимок



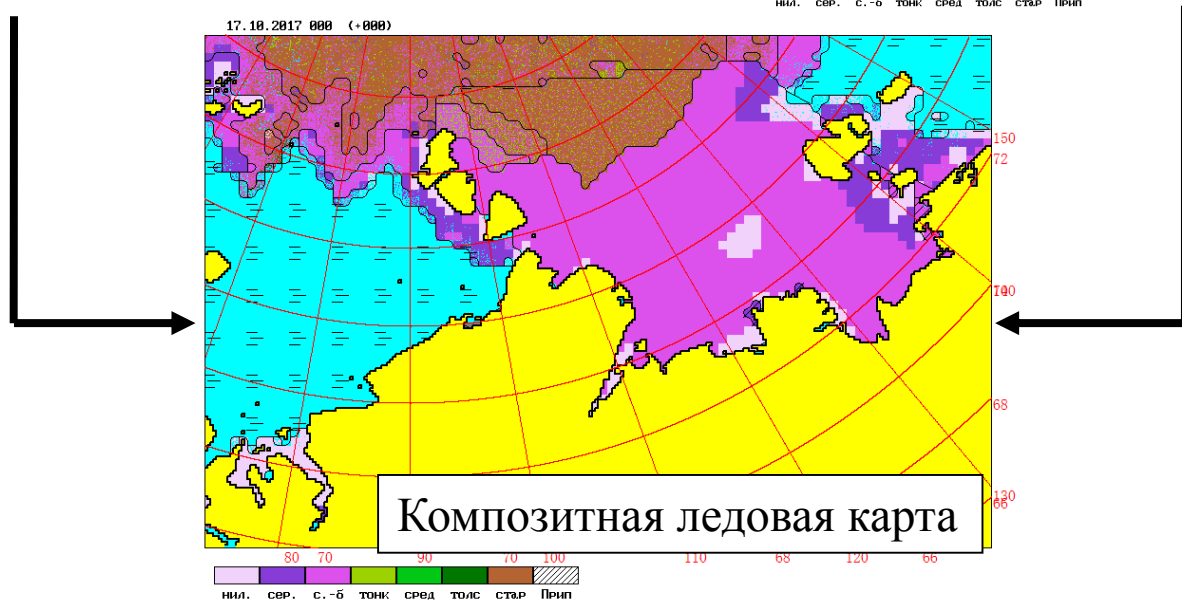
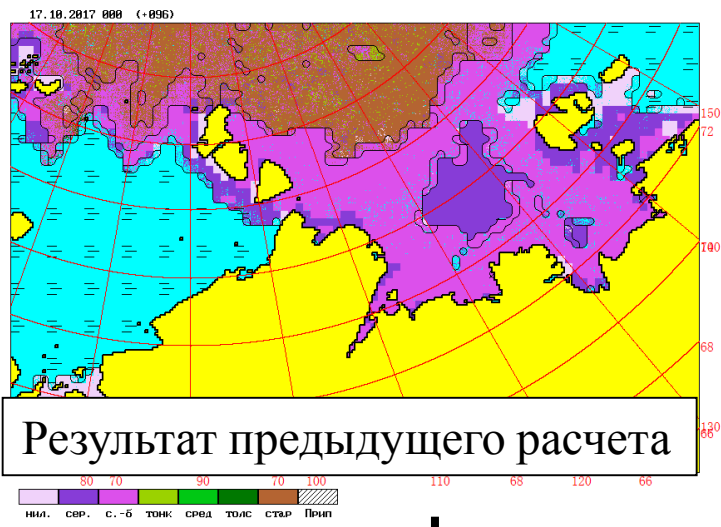
Электронная ледовая карта в формате ГИС



Электронная ледовая карта в формате численной модели (матрица)



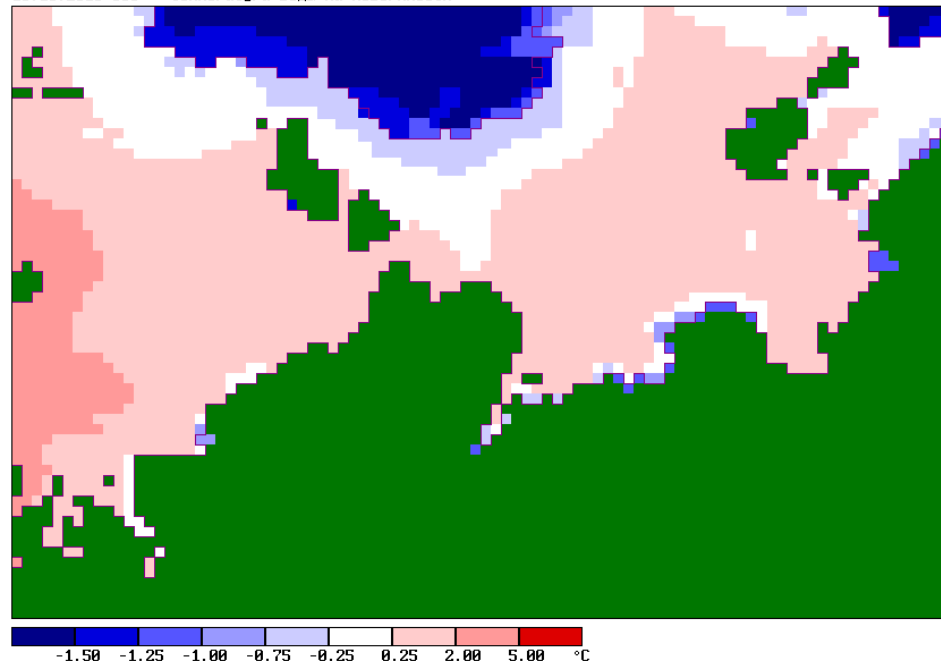
Подготовка исходных данных: ледяной покров



При наличии на «новой» фактической карте зон, не освещенных данными, такие пробелы восполняются из результатов предыдущего расчета (прогноза).

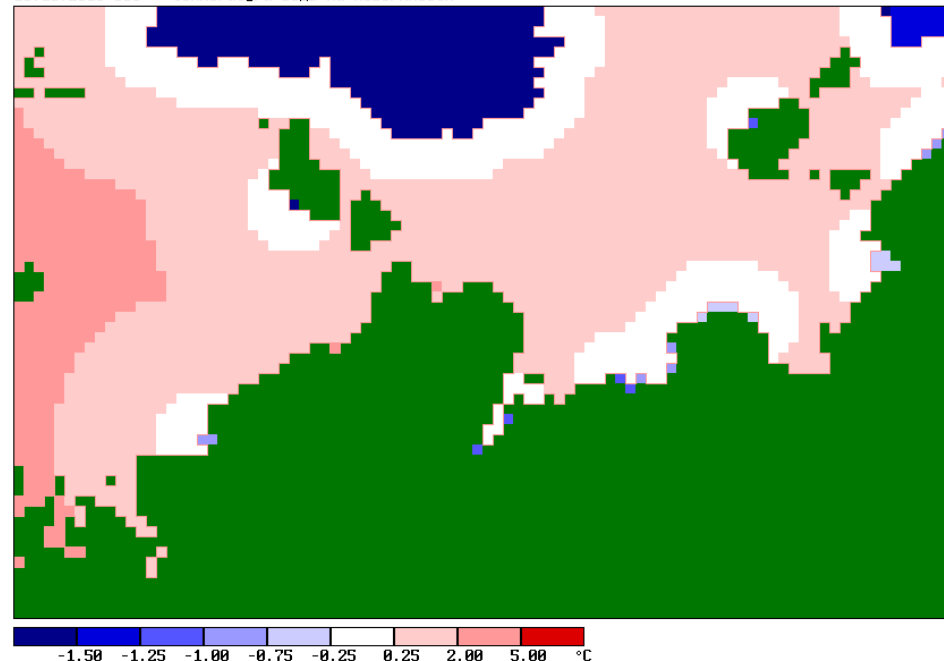
Подготовка исходных данных: гидрология

19.10.2018 000 Температура воды на поверхности



Температура поверхности моря – результат предыдущего расчета

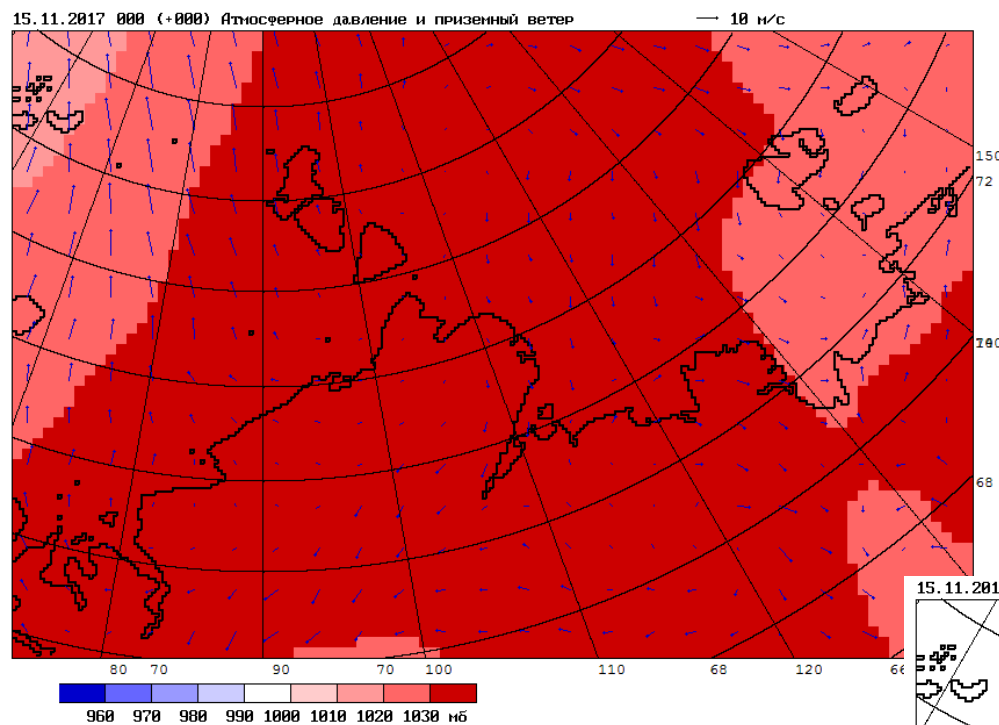
19.10.2018 000 Температура воды на поверхности



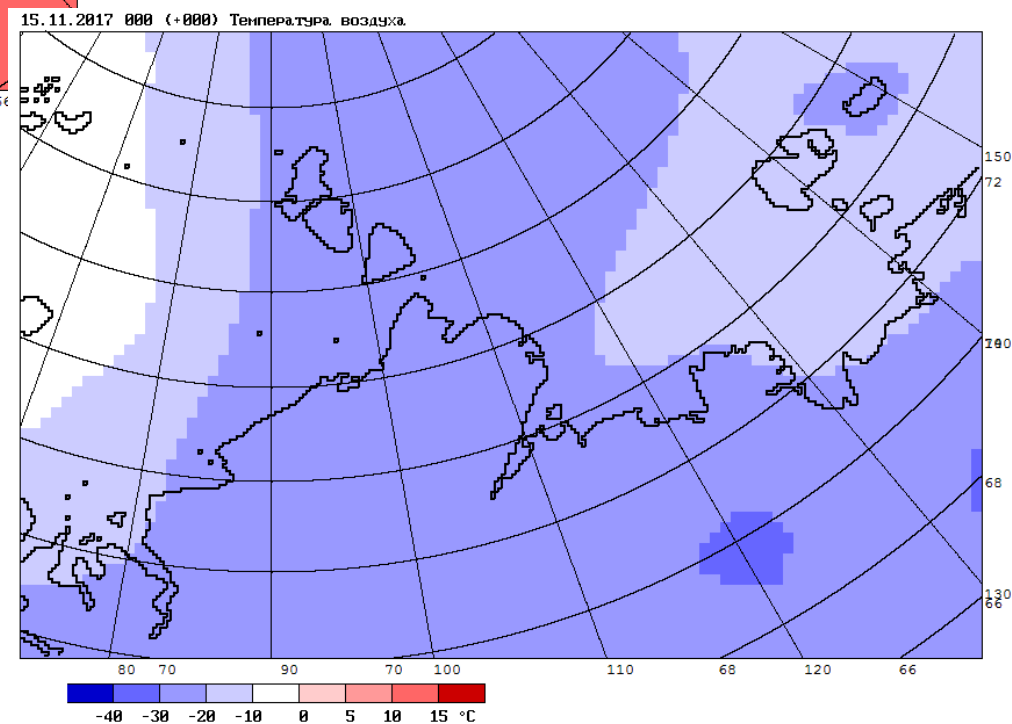
Температура поверхности моря после коррекции – начальные данные для нового расчета

Результаты предыдущего расчета используются как 1-е приближение для нового расчета. Перед запуском нового расчета эти результаты подвергаются процедуре коррекции, чтобы добиться согласования гидрологических полей с фактическим состоянием ледяного покрова на момент начала нового расчета

Подготовка исходных данных: атмосфера



Атмосферный форсинг берется из результатов либо глобальной, либо региональной модели атмосферы как заранее известная величина. Глобальные данные интерполируются в сетку численной ледовой модели

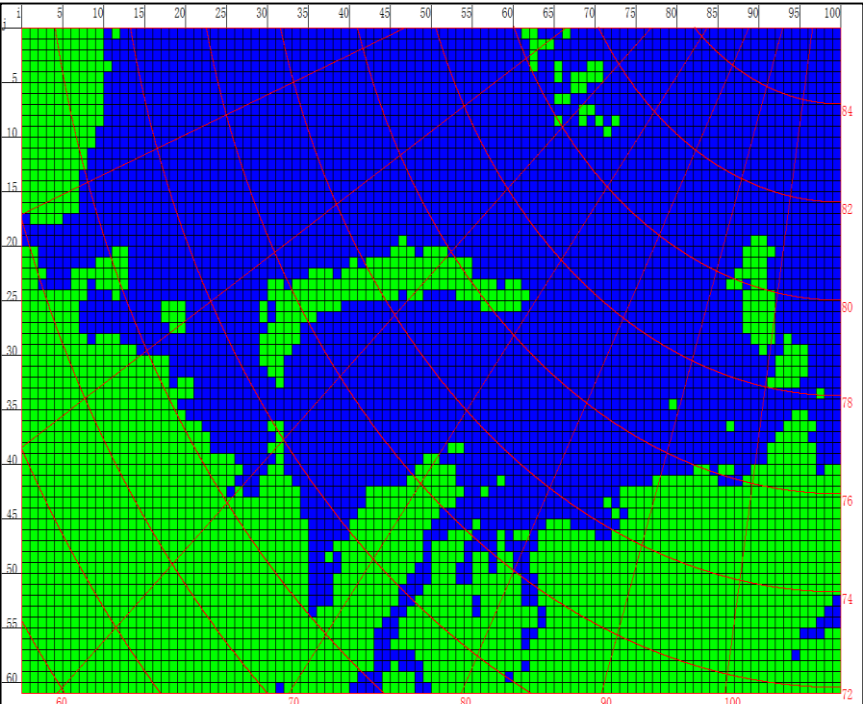


Результаты моделирования

Результат модельного расчета

Маркерное представление (фрагмент файла)

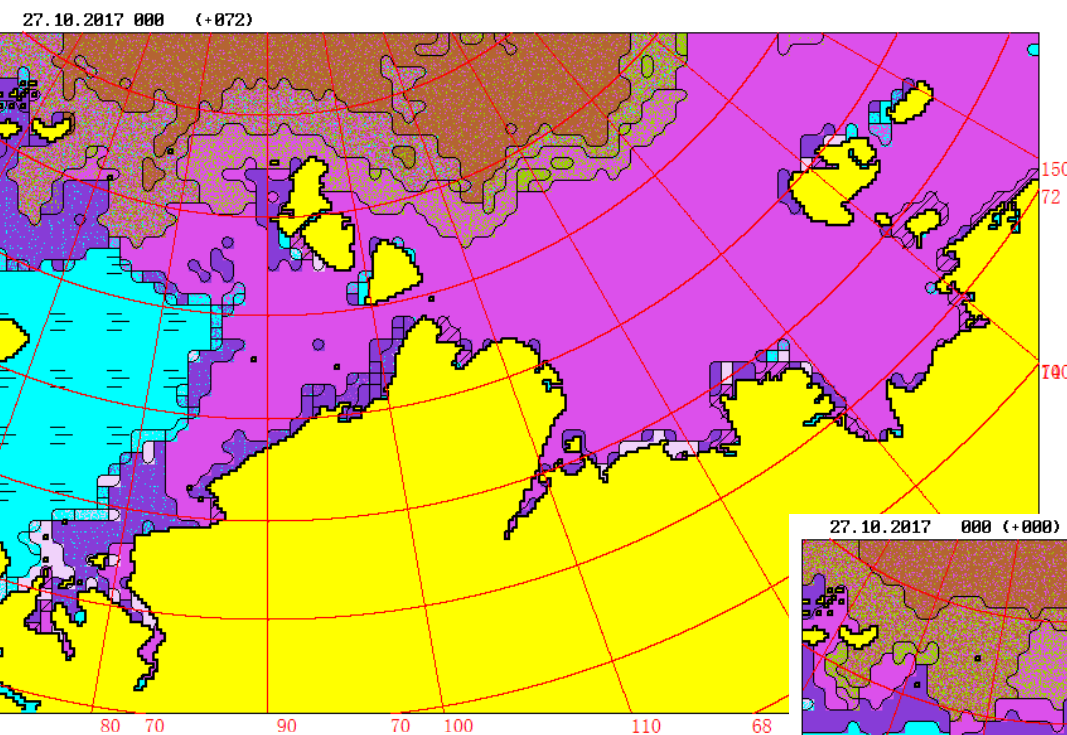
26	5.6711	72.4423	0.124	0.000	0.000	1.000
27	10.4383	76.0894	0.124	0.012	0.000	1.000
28	12.0845	73.6869	0.124	0.012	0.000	1.000
29	8.9398	74.5832	0.124	0.000	0.000	1.000
30	12.6595	79.8103	0.124	0.012	0.000	1.000
31	10.7422	72.3520	0.124	0.012	0.000	1.000
32	11.6766	73.8941	0.124	0.012	0.000	1.000
33	9.6680	71.5586	0.124	0.000	0.000	1.000
34	6.2596	72.4579	0.124	0.000	0.000	1.000
35	7.8988	80.2098	0.124	0.000	0.000	1.000



Матричное представление (фрагмент файла)

.10	.11	.25	.13	.20	.20	.08	.07	.08	.18	.06	.13	.16
.13	.18	.20	.20	.10	.22	.11	.21	.15	.14	.24	.16	.25
.11	.14	.14	.20	.12	.12	.11	.22	.14	.14	.18	.21	.14
.24	.20	.11	.13	.18	.10	.11	.16	.20	.15	.18	.12	.00
.16	.14	.14	.13	.20	.29	.15	.15	.19	.07	.18	.17	.29
.16	.15	.17	.20	.10	.14	.13	.00	.14	.11	.25	.10	.29
.20	.21	.11	.18	.18	.17	.17	.12	.26	.21	.16	.26	.17
.20	.14	.00	.10	.11	.15	.00	.00	.20	.26	.13	.15	.29
.16	.17	.13	.14	.17	.15	.13	.18	.15	.15	.17	.00	.18
.21	.16	.16	.00	.25	.00	.00	.15	.16	.28	.22	.13	.00
.18	.15	.16	.19	.14	.14	.16	.19	.11	.00	.13	.22	.25
.22	.19	.22	.00	.09	.11	.15	.11	.14	.14	.12	.18	.19

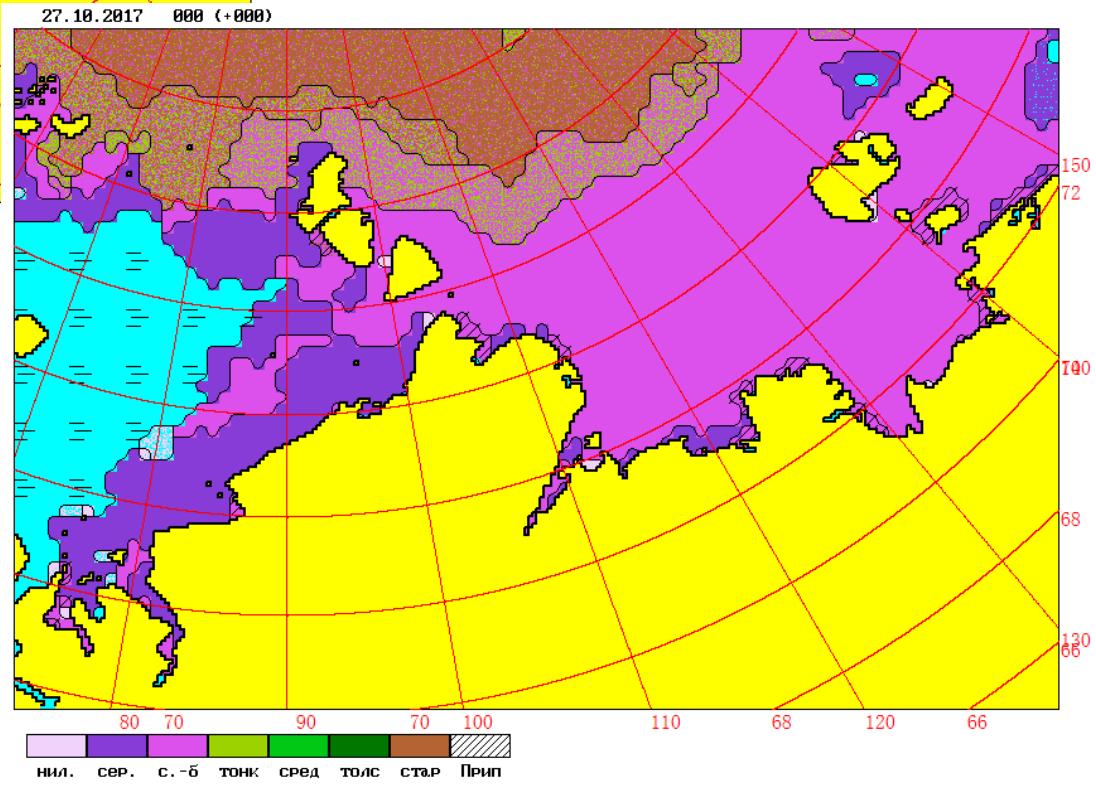
Результат модельного расчета



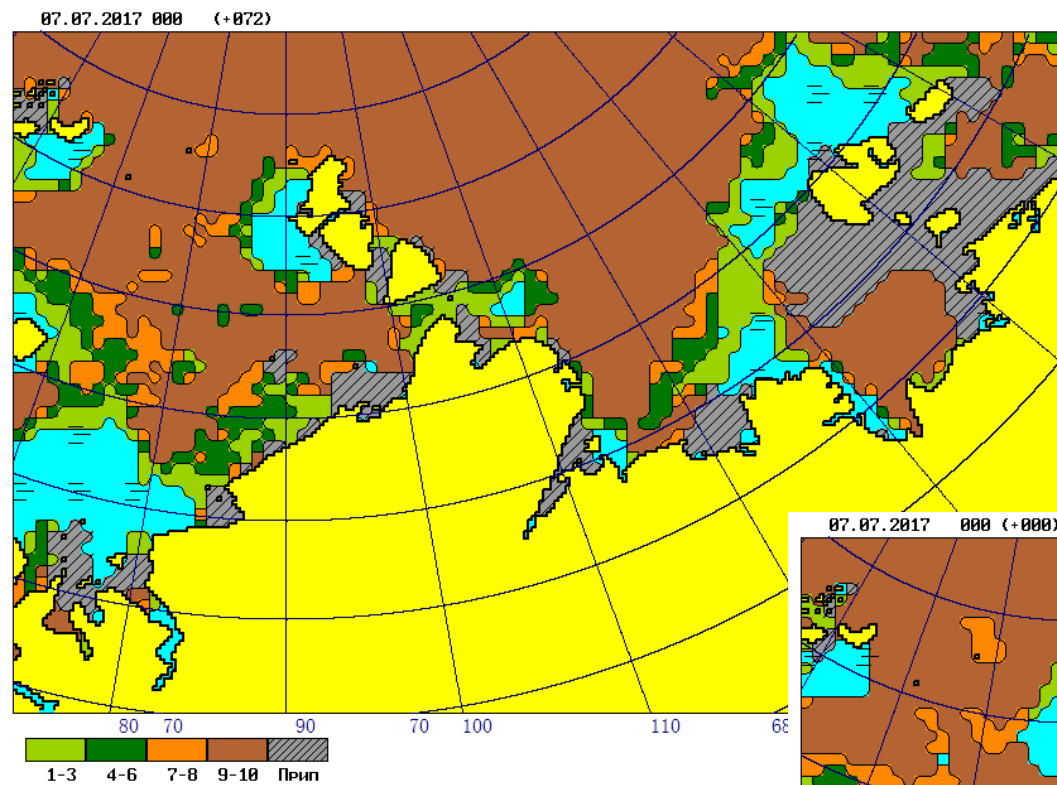
Прогностическая карта

Приме зимнего прогноза от 24 октября 2017 г. на 27 октября 2017 г.

Фактическая карта



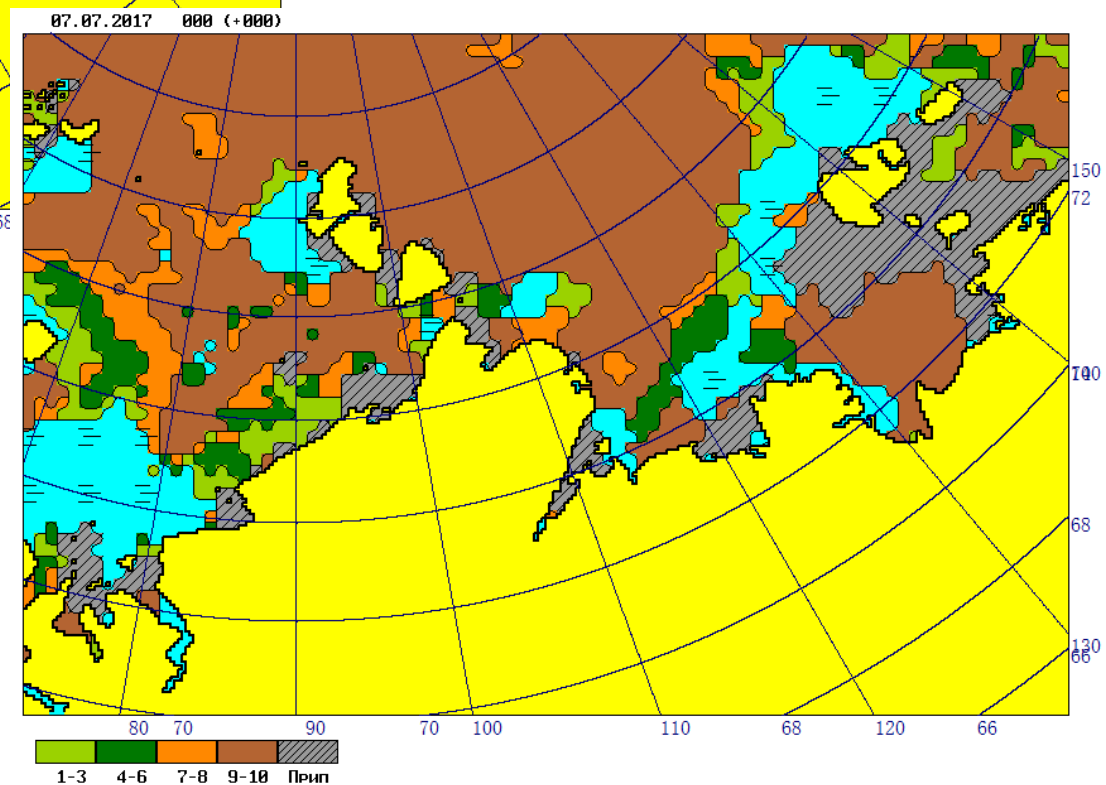
Результат модельного расчета



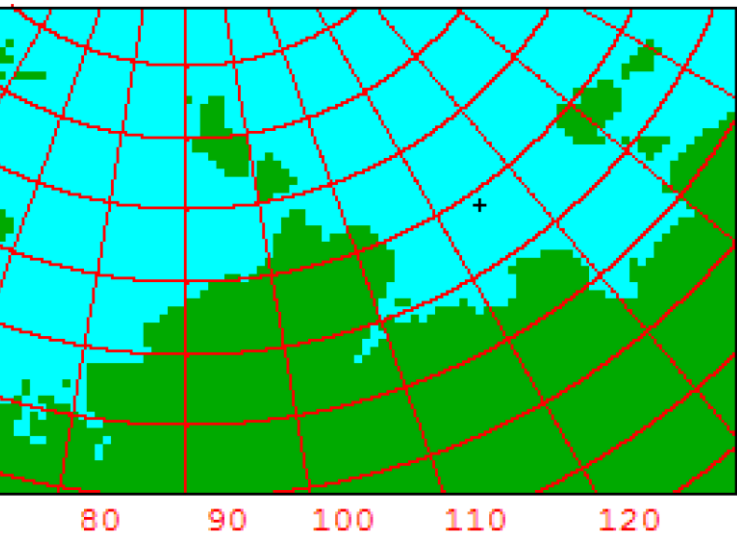
Прогностическая карта

Пример летнего прогноза от 4 июля 3027 г. на 7 июля 2017 г.

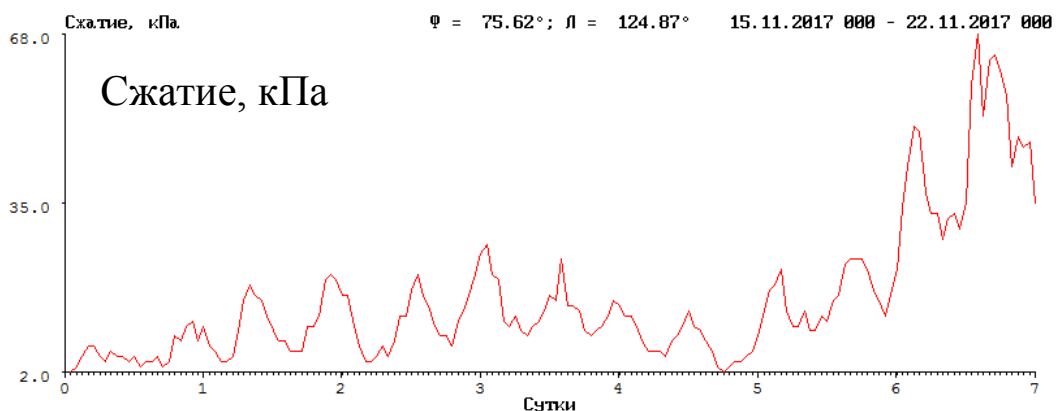
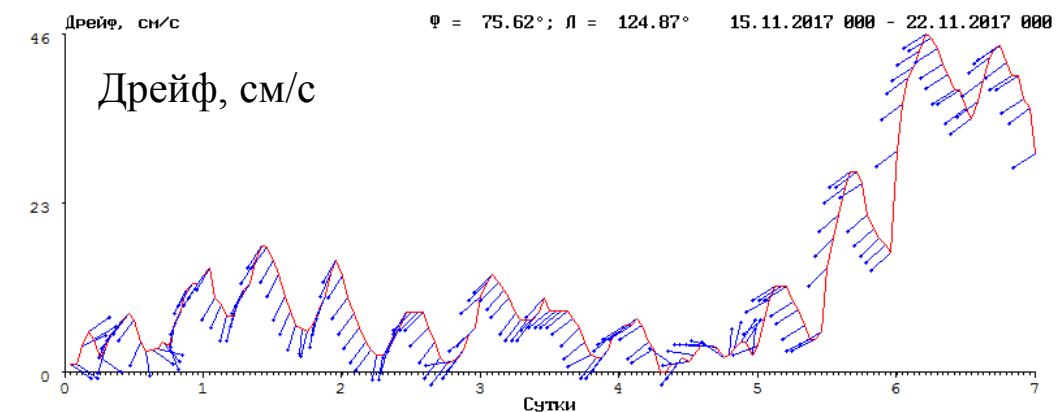
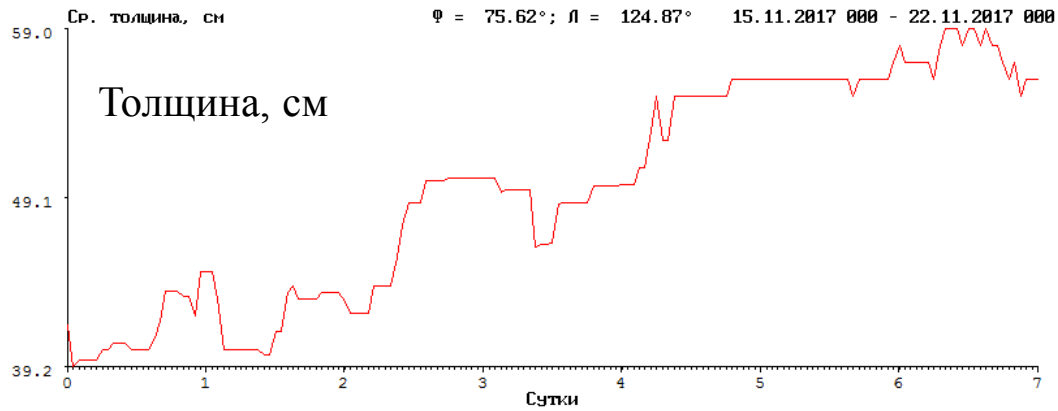
Фактическая карта



Результат модельного расчета

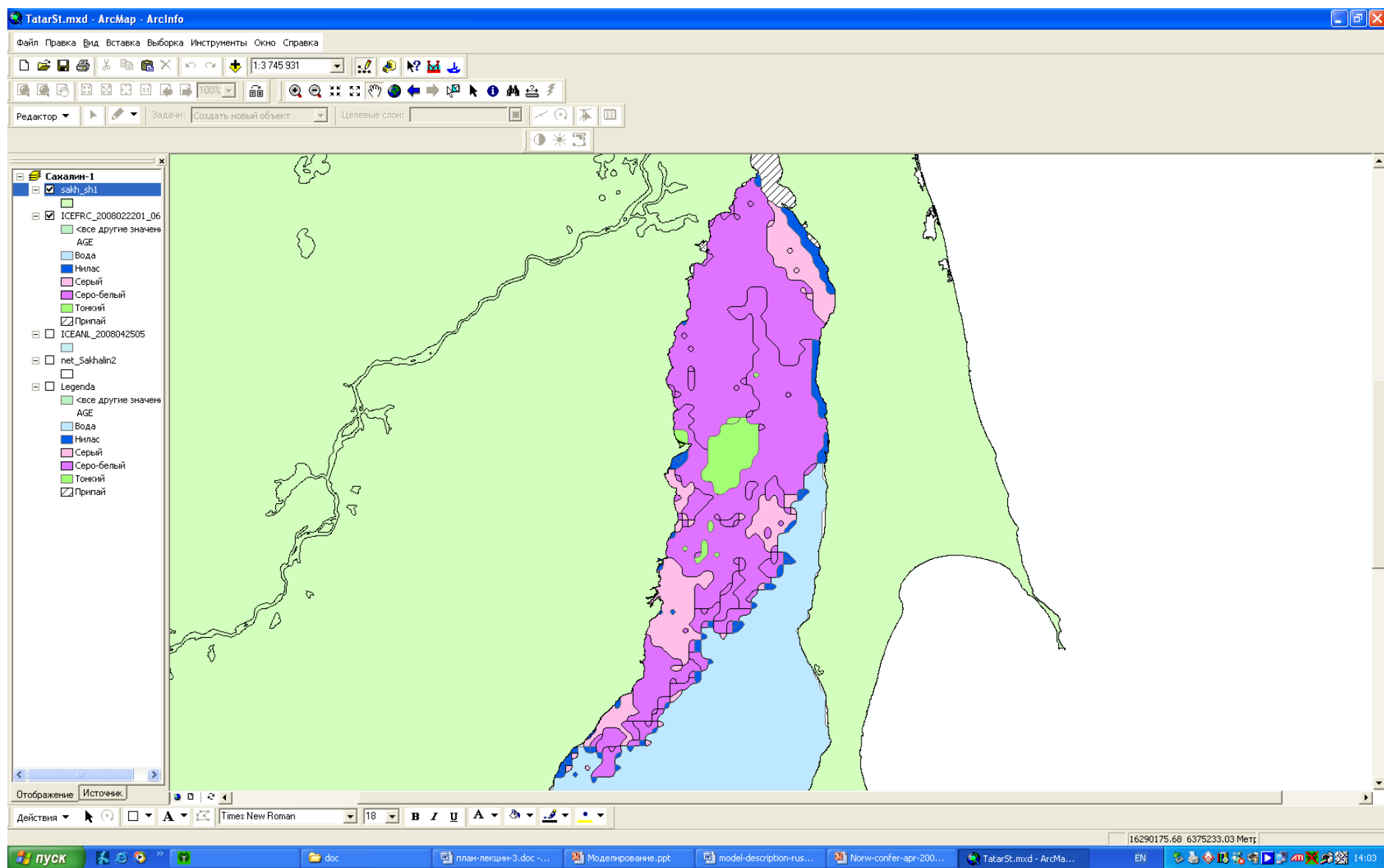


Пример прогноза толщины дрейфа и сжатия льда в выбранной точке



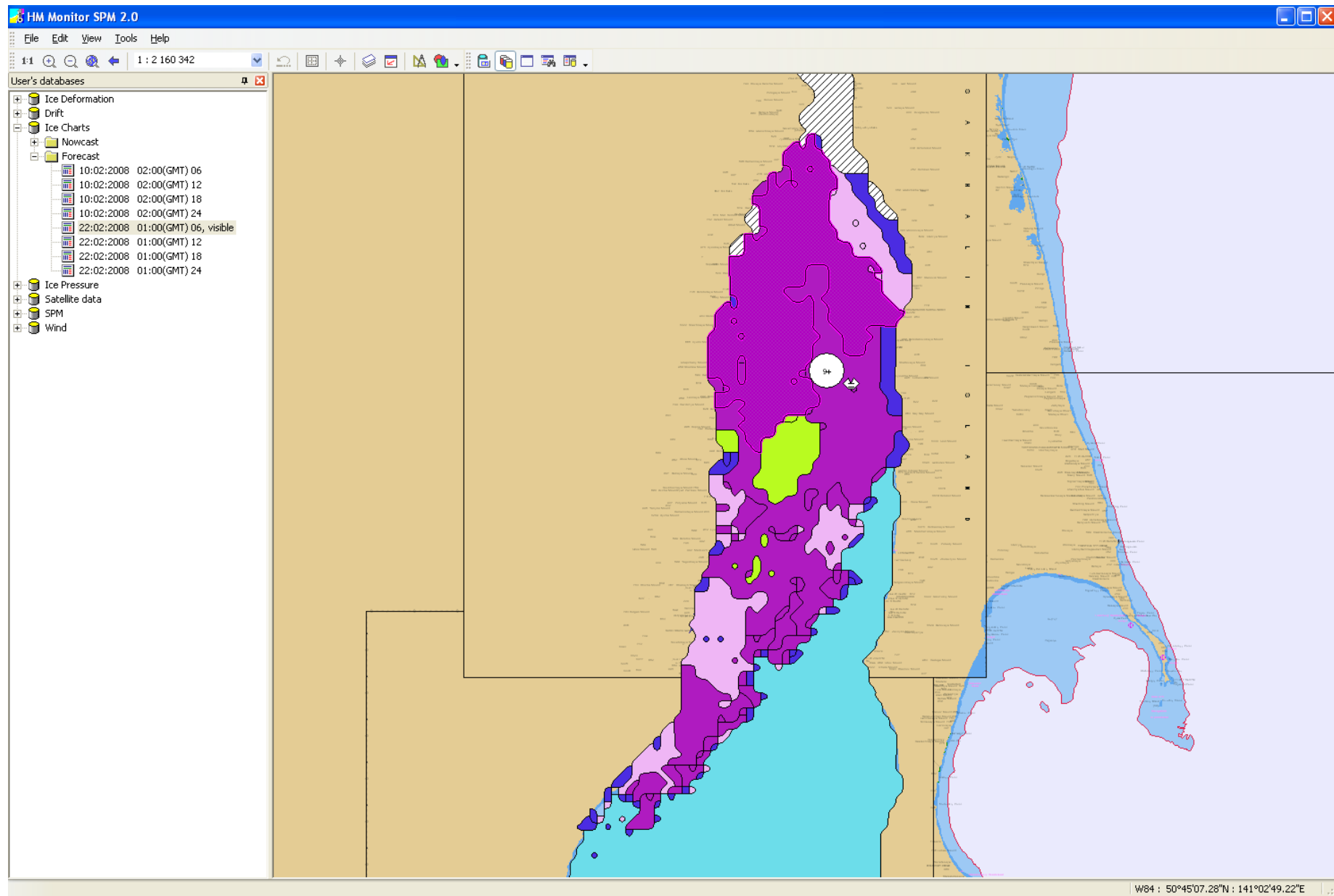
Результат модельного расчета

ГИС ArcView



Результат модельного расчета

Электронная картографическая навигационная информационная система (ЭКНИС) De-Kart Navigator



Оценка достоверности модельного расчета (прогноза)

Массовая, статистически надежная оценка достоверности модельных расчетов может быть получена только по такому параметру ледяного покрова, по которому есть массовые, регулярные и доступные фактические данные, а это – только сплоченность (частная и общая).

Расчет (прогноз) сплоченности льда в данной ячейке считается оправдавшимся, если расчетное (прогностическое) и фактическое значения попадают в одну и ту же стандартную градацию, либо если разность между прогностическим и фактическим значением не превышает ± 1 балл.

По значениям оправдываемости в отдельных ячейках получаются оценки оправдываемости P и эффективности E прогноза (расчета) в целом по расчетной области.

Под оправдываемостью понимается величина:

$$P = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n O_i \cdot 100$$

где O_i – оправдываемость прогноза (расчета) в i -той ячейке сетки, n – количество ячеек сетки, в которых производится сопоставление. Величина O_i может быть равна либо нулю (расчет/прогноз в ячейке не оправдался), либо единице (расчет/прогноз в ячейке оправдался).

Под эффективностью расчета (прогноза) понимается величина:

$$E = P - P_{\text{inert}}$$

где P_{inert} – оправдываемость так называемого инерционного прогноза.

Оценка достоверности модельного расчета (прогноза)

Обобщенные результаты оценок достоверности кратко- и среднесрочных прогнозов общей и частной сплоченности льда

Регион	Общая		молодой		1-л. тонкий		1-л. средний		1-л. толстый	
	Опр.	Эфф.	Опр.	Эфф.	Опр.	Эфф.	Опр.	Эфф.	Опр.	Эфф.
Баренцево и Карское моря	92.6	3.0	85.2	2.0	90.9	3.1	94.7	2.6	98.5	1.3
Печорское море	88.2	4.1	80.1	2.7	85.8	3.7	94.7	1.9		
Моря Карское и Лаптевых	93.1	3.2	86.2	2.0	95.1	2.8	98.1	1.2	96.1	2.0
Моря Лаптевых и В.-Сибирское	93.0	4.3	85.1	1.9	97.5	2.0				
В.-Сибирское и Чукотское моря	90.9	4.5								
Финский залив Балтийского моря	90.0	1.2	85.1	2.7	91.0	2.1				
Север Каспийского моря	91.3	5.1	90.1	4.4	98.3	1.4				
Татарский пролив Японского моря	88.0	2.7	85.1	0.8	92.1	1.2	98.4	0.7		
Юго-запад Охотского моря	93.2	2.2	85.8	0.5	85.2	3.1	95.5	1.0		
В среднем	91.1	3.4	85.3	2.1	92.0	2.4	96.3	1.5	97.3	1.7

Основные проблемы и направления развития

Основные проблемы и направления развития

Физико-математические основы

Реология;

Моделирование разлома/смерзания льдин, отрыва/формирования припая;

Постановка граничных условий для моделей регионального (локального) масштаба;

Оценки ледовых характеристик в масштабах, меньших, чем шаг сетки региональной модели;

Моделирование ледяного покрова в локальном масштабе с учетом реальных форм и размеров льдин.

Вычислительные

Постановка начальных условий для моделей глобального масштаба

Информационные

Ассимиляция разнородной ледовой информации

Недостаток оперативной гидрологической информации

Спасибо за внимание